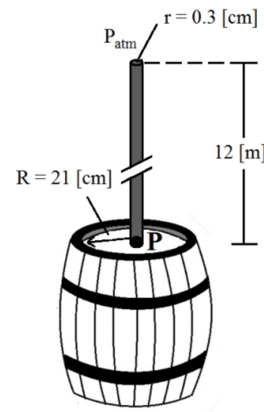
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE FÍSICA Y QUÍMICA
EXAMEN COLEGIADO DE PRINCIPIOS DE
TERMODINÁMICA Y ELECTROMAGNETISMO (1314)
PRIMER EXAMEN FINAL SEMESTRE 2015 – 2
Lunes 25 de mayo de 2015, 8:00 horas

Tipo
Claude Louis Marie Henri Navier(1785 – 1836)

Resolución

1. Al formular su principio, Pascal mostró de manera contundente cómo la fuerza aumenta con el efecto de la presión en un fluido en reposo. Colocó un tubo delgado y largo de radio r = 0.3 [cm] verticalmente dentro de un barril, cuyo radio era de 21 [cm]. Encontró que cuando el barril se llenaba con agua y el tubo se llenaba hasta una altura de 12 [m], el barril se rompía. Considerando que el experimento se realizó a nivel del mar (P_{atm} = 101 325 [Pa] y g = 9.81 [m/s^2]) , determine:



a) La masa de fluido en el tubo.
b) La presión absoluta en el punto P (donde se une el tubo delgado y la tapa superior) justo antes de que el barril se rompa.

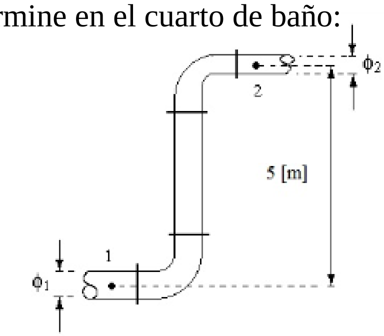
a) $\rho = \dfrac{m}{V}$; $\quad m = \rho\, V = \rho(\pi\, r^2\, L) = \left(10^3 \left[\dfrac{kg}{m^3}\right]\right)(\pi)(0.3 \times 10^{-2}[m])^2(12\,[m]) = 0.3393\,[kg]$

$$\mathbf{m = 339.3\ [g]}$$

b) $P_{abs_P} = P_{man_P} + P_{atm}$, $\quad P_{man} = \rho\, g\, L$, $\quad P_{abs_P} = \rho\, g\, L + P_{atm}$,

$$P_{abs_P} = \left(10^3 \left[\frac{kg}{m^3}\right]\right)\left(9.81 \left[\frac{m}{s^2}\right]\right)(12\,[m]) + (101\,325\,[Pa]) , \qquad \mathbf{P_{abs_P} = 219\,045\ [Pa]}$$

2. Entra agua en una casa por un tubo con diámetro interior de 2.54 [cm] a una presión absoluta de 145 [kPa]. Un tubo de 1.27 [cm] de diámetro interior lleva el agua al cuarto de baño del segundo piso, 5 metros más arriba. Si la rapidez del flujo en el tubo de entrada es 1.5 [m/s], la aceleración gravitatoria del lugar es 9.78 [m/s^2] y el sistema opera en régimen permanente, determine en el cuarto de baño:



a) La rapidez con la que sale el agua en el tubo de la regadera.
b) El gasto másico de agua.
c) La presión con la que sale el agua en el tubo de la regadera.

a) $\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}$, $\quad$ entonces: $\quad \rho_1 v_1 A_1 = \rho_2 v_2 A_2$, $\quad \rho_1 = \rho_2$

$$v_2 = \frac{v_1 A_1}{A_2} = v_1 \left(\frac{\frac{1}{4}(\pi)(\emptyset_1)^2}{\frac{1}{4}(\pi)(\emptyset_2)^2}\right) = v_1 \left(\frac{\emptyset_1}{\emptyset_2}\right)^2 , \qquad v_2 = \left(1.5 \left[\frac{m}{s}\right]\right)\left(\frac{2.54\,[cm]}{1.27\,[cm]}\right)^2 \; ; \qquad \boldsymbol{v_2 = 6 \left[\frac{m}{s}\right]}$$

b) $\dot{m}_1 = \rho_1 A_1 v_1 = \rho_1 \left(\frac{1}{4}(\pi)(\emptyset_1)^2\right) v_1 = \left(10^3 \left[\frac{kg}{m^3}\right]\right)\left(\frac{1}{4}\pi\right)(0.0254\ [m])^2 \left(1.5\ \left[\frac{m}{s}\right]\right)$

$$\mathbf{\dot{m}_1 = 0.7601 \left[\frac{kg}{s}\right]}$$

$$\frac{1}{2}\rho\,(v_1)^2 + \rho\,g\,z_1 + P_1 = \frac{1}{2}\rho\,(v_2)^2 + \rho\,g\,z_2 + P_2 \quad , \qquad z_1 = 0$$

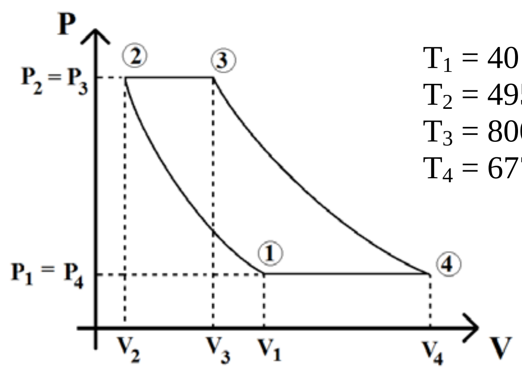
$$P_2 = P_1 + \frac{1}{2}\rho[(v_1)^2 - (v_2)^2] + \rho g(-z_2)$$

$$P_2 = (145\ 000\ [Pa]) + \frac{1}{2}\left(10^3\left[\frac{kg}{m^3}\right]\right)\left[\left(1.5\ \left[\frac{m}{s}\right]\right)^2 - \left(6\ \left[\frac{m}{s}\right]\right)^2\right] + \left(10^3\left[\frac{kg}{m^3}\right]\right)\left(9.78\left[\frac{m}{s^2}\right]\right)(-5\ [m])$$

$$\mathbf{P_2 = 79\ 225\ [Pa]}$$

3. El aire suministrado al compresor de un ciclo de Brayton ideal se encuentra a una presión de 1 [bar] y a una temperatura de 40 [°C]. Si la relación de presiones es 5 y las temperaturas en cada estado del ciclo se muestran en el diagrama, determine para el ciclo:

a) El trabajo neto, en cada unidad de masa, que entrega.
b) La variación de la entropía específica para cada proceso.



$T_1 = 40$ [°C]
$T_2 = 495.73$ [K]
$T_3 = 800$ [°C]
$T_4 = 677.47$ [K]

a) Para un ciclo: $q_{ciclo} + w_{neto} = 0$,

$w_{neto} = -q_{ciclo}$, $\qquad q_{ciclo} = {}_1q_2 + {}_2q_3 + {}_3q_4 + {}_4q_1$

como: ${}_1q_2 = 0$, $\quad {}_3q_4 = 0$, $\quad$ entonces: $q_{ciclo} = {}_2q_3 + {}_4q_1$;

para el proceso $2 \rightarrow 3$, se tiene que: $\quad {}_2q_3 + {}_2w_3 = \Delta u_{23}$, $\quad {}_2w_3 = -\int_2^3 Pdv = -P_2(v_3 - v_2)$

${}_2q_3 = \Delta u_{23} - {}_2w_3$, $\quad {}_2q_3 = \Delta h_{23}$, $\quad {}_2q_3 = c_P\Delta T_{23} = c_P(T_3 - T_2)$

${}_2q_3 = \left(1003.7\ \left[\frac{J}{kg\cdot K}\right]\right)(1073.15 - 495.73)[K] = 579\ 556\ \left[\frac{J}{kg}\right]$, $\quad {}_4q_1 = c_P\Delta T_{41} = c_P(T_1 - T_4)$

${}_4q_1 = \left(1003.7\ \left[\frac{J}{kg\cdot K}\right]\right)(313.15 - 667.47)[K] = -365\ 668\ \left[\frac{J}{kg}\right]$

$q_{ciclo} = 579.556\ \left[\frac{kJ}{kg}\right] - 365.668\ \left[\frac{kJ}{kg}\right] = 213.888\ \left[\frac{kJ}{kg}\right]$, $\quad w_{neto} = -q_{ciclo}$

$$\mathbf{w_{neto} = -213.888\ \left[\frac{kJ}{kg}\right]}$$

b) Para los procesos adiabáticos y reversibles del ciclo: $\boldsymbol{\Delta s_{12} = 0}$, $\boldsymbol{\Delta s_{34} = 0}$

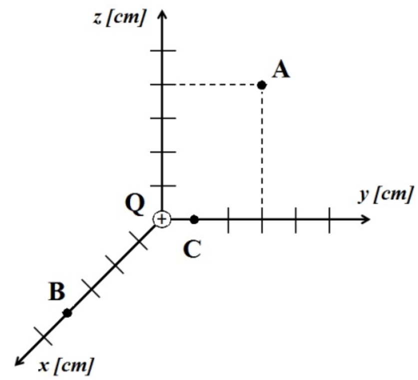
por otra parte: $\Delta s_{23} = -\Delta s_{41}$ $\Delta s_{23} = c_P \mathrm{Ln}\left(\frac{T_3}{T_2}\right) - R\,\mathrm{Ln}\left(\frac{P_3}{P_2}\right)$, como: $P_2 = P_3$

entonces: $\Delta s_{23} = c_P \mathrm{Ln}\left(\frac{T_3}{T_2}\right) = \left(1003.7\ \left[\frac{J}{kg \cdot K}\right]\right) \mathrm{Ln}\left(\frac{1073.15\ [K]}{495.73\ [K]}\right) = 775.1797\ \left[\frac{J}{kg \cdot K}\right]$,

finalmente: $\boldsymbol{\Delta s_{23} = 775.1797\ \left[\frac{J}{kg \cdot K}\right]}$ y $\boldsymbol{\Delta s_{41} = -775.1797\ \left[\frac{J}{kg \cdot K}\right]}$

4. En el origen del Sistema de referencia mostrado, se encuentra una carga puntual Q = 3 [μC]; determine:

a) El vector campo eléctrico, producido por dicha carga, en el punto A (0,3,4) [cm].
b) El vector fuerza eléctrica que se ejercería sobre una carga de prueba $q_p = -2$ [μC] colocada en el punto A (0,3,4) [cm].
c) La diferencia de potencial entre los puntos B (4,0,0) [cm] y C (0,1,0) [cm]; es decir V_{BC} debido únicamente a la carga puntual Q.
d) El trabajo necesario para trasladar la carga de prueba del inciso b ($q_p = -2$ [μC]) del punto B al punto C.



a) $\vec{E}_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{(r_{AO})^2}\,\hat{r}$, $\hat{r} = \frac{\vec{r}_{OA}}{|\vec{r}_{OA}|}$, $\vec{r}_{OA} = (0,3,4) - (0,0,0) = (0,3,4)[cm]$

$|\vec{r}_{OA}| = \sqrt{(0^2) + (3^2) + (4^2)} = 5\ [cm]$, $\hat{r} = \frac{3}{5}\hat{\jmath} + \frac{4}{5}\hat{k}$, entonces

$$\vec{E}_A = \left(9 \times 10^9 \left[\frac{N \cdot m^2}{C^2}\right]\right)\left(\frac{3 \times 10^{-6}[C]}{(0.05\ [m])^2}\right)\left(\frac{3}{5}\hat{\jmath} + \frac{4}{5}\hat{k}\right)$$

$$\boldsymbol{\vec{E}_A = \left(6\,480\,\hat{\jmath} + 8\,640\,\hat{k}\right)\ \left[\frac{kN}{C}\right]}$$

b) $\vec{E}_A = \frac{\vec{F}_q}{q}$, $\vec{F}_q = q\,\vec{E}_A = (-2 \times 10^{-6}[C])(6.48\,\hat{\jmath} + 8.64\,\hat{k})(10^6)\ \left[\frac{N}{C}\right]$

$$\boldsymbol{\vec{F}_q = \left(-12.96\,\hat{\jmath} - 17.28\,\hat{k}\right)\ [N]}$$

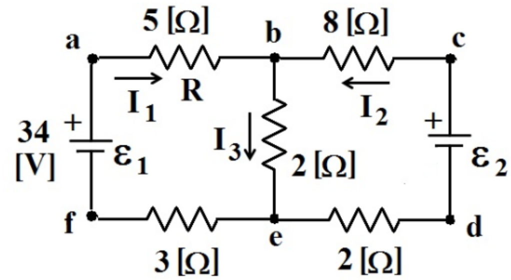
c) $V_{BC} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} Q \left[\frac{1}{r_{BO}} - \frac{1}{r_{CO}}\right] = \left(9 \times 10^9 \left[\frac{N \cdot m^2}{C^2}\right]\right)(3 \times 10^{-6}[C])\left[\frac{1}{0.04\ [m]} - \frac{1}{0.01\ [m]}\right]$

$$\boldsymbol{V_{BC} = -2\,025\ [kV]}$$

d) ${}_{B}W_C = q_P V_{CB} = -q_P V_{BC} = -(-2 \times 10^{-6}\ [C])(-2\,025 \times 10^3\ [V])$

$$\boldsymbol{{}_{B}W_C = -4.05\ [J]}$$

5. En el circuito mostrado se conoce que la diferencia de potencial $V_{cb} = 16$ [V] y que la potencia en el resistor R (de 5 [Ω]) es 45 [W] con $V_a > V_b$. Determine:



a) Las corrientes eléctricas I_1, I_2 e I_3 indicadas.
b) La diferencia de potencial de la fuente ε_2.
c) La potencia suministrada por la fuente ε_1.
d) La diferencia de potencial entre los puntos a y d (V_{ad}).

a) $P_R = R(I_1)^2$, $\quad I_1 = \sqrt{\frac{P_R}{R}} = \sqrt{\frac{45\ [W]}{5\ [\Omega]}} = 3[A]$, $\quad V_{cb} = R_{8\Omega} I_2$, $\quad I_2 = \frac{V_{cb}}{R_{8\Omega}} = \frac{16\ [V]}{8\ [\Omega]} = 2[A]$

$I_1 + I_2 = I_3$, $\quad I_3 = 3[A] + 2\ [A] = 5[A]$; $\quad \mathbf{I_1 = 3\ [A], I_2 = 2[A], I_3 = 5[A]}$

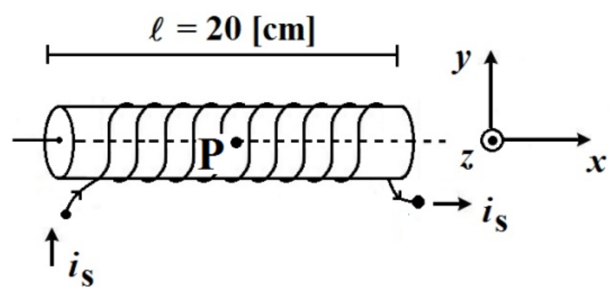
b) $\varepsilon_2 - 2I_2 - 2I_3 - 8I_2 = 0$, $\quad \varepsilon_2 = 10I_2 + 2I_3 = 10(2[A]) + 2(5[A])$, $\quad \boldsymbol{\varepsilon_2 = 30\ [V]}$

c) $P_{\varepsilon_1} = \varepsilon_1 I_1 = (34\ [V])(3\ [A])$, $\quad \mathbf{P_{\varepsilon_1} = 102\ [W]}$

d) $V_{ad} - 2I_2 + 3I_1 - \varepsilon_1 = 0$, $\quad V_{ad} = \varepsilon_1 + 2I_2 - 3I_1$, $\quad V_{ad} = (34\ [V]) + 2(2[A]) - 3(3[A])$,

$\mathbf{V_{ad} = 29\ [V]}$

6. Un solenoide de 2000 vueltas tiene una longitud de 20 [cm] y un radio de 1 [cm] y su núcleo es de un material cuya permeabilidad magnética es $10^3\ \mu_0$. Si la corriente que circula en dicho elemento eléctrico es 24 [mA], determine:



a) El vector campo magnético en el punto P, ubicado justo a la mitad del eje del solenoide.
b) El flujo magnético que cruza el área de la sección transversal del núcleo.
c) La inductancia del solenoide.
d) La inductancia que tendría el solenoide si la corriente eléctrica aumentase al doble.

a) $\vec{B}_P = \frac{\mu\ N\ i_S}{\ell}(-\hat{\imath}) = -\frac{10^3 \mu_0\ N\ i_S}{\ell}\hat{\imath} = \frac{-(10^3)\left(4\pi \times 10^{-7}\left[\frac{Wb}{A \cdot m}\right]\right)(2000)(0.024\ [A])}{0.2\ [m]}\hat{\imath}$

$\vec{\mathbf{B}}_{\mathbf{P}} = \mathbf{-0.3016\ \hat{\imath}\ [T]}$

b) $\Phi = \iint \vec{B} \cdot \vec{ds} = BA = \frac{10^3 \mu_0\ N\ i_S}{\ell}\pi r^2 = \frac{10^3\left(4\pi \times 10^{-7}\left[\frac{Wb}{A \cdot m}\right]\right)(2000)(0.024\ [A])}{0.2\ [m]}\pi(0.01\ [m])^2$

$\mathbf{\Phi = 94.7482\ [\mu Wb]}$

c) $L = \frac{N\Phi}{i_S} = \frac{10^3 \mu_0 N^2}{\ell}\pi r^2 = \frac{10^3\left(4\pi \times 10^{-7}\left[\frac{Wb}{A \cdot m}\right]\right)(2000)^2 \pi(0.01\ [m])^2}{0.2\ [m]}$

$\mathbf{L = 7.8957\ [H]}$

d) $\mathbf{L = 7.8957\ [H]}$; no cambiaría ya que la inductancia no depende de la corriente, sino de factores geométricos.