DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE FÍSICA Y QUÍMICA
EXAMEN COLEGIADO DE PRINCIPIOS DE TERMODINÁMICA Y ELECTROMAGNETISMO (1314)
PRIMER EXAMEN FINAL SEMESTRE 2014 – 2
Jueves 29 de mayo de 2014, 8:00 horas

Tipo
Thomas Young (1773-1829)

Resolución

1. En un tanque se tiene un líquido en el fondo y en la parte superior aire. El líquido tiene una altura L = 25 [cm] y el aire se encuentra a una presión vacuométrica de 18 000 [Pa], además se tiene un manómetro diferencial, en forma de U, conectado en la parte superior derecha del tanque. Si se sabe que la presión absoluta en el fondo del recipiente es 60 000 [Pa], la presión atmosférica del lugar es 77 [kPa] y la aceleración gravitatoria del lugar es 9.78 [m/s^2], determine:

a) La presión manométrica y la absoluta del aire contenido en el tanque.
b) La diferencia de alturas en el manómetro diferencial si el líquido que utiliza es mercurio.
c) El módulo del peso específico y la densidad relativa del líquido contenido en el tanque.
d) La altura que indicaría un barómetro de mercurio en el lugar donde está el tanque.

a) $\mathbf{P_{man_a} = -18\,000\ [Pa]}$; $\qquad P_{abs_a} = P_{atm} - P_{vac} = (77 - 18)\ [kPa]$

$$\mathbf{P_{abs_a} = 59\ [kPa]}$$

b) $P_a - P_A = -\rho_{Hg} g (z_a - z_A)$; $\qquad \Delta z = z_a - z_A$

$$\Delta z = \frac{P_a - P_A}{-\rho_{Hg}\, g} = \frac{(59\,000 - 77\,000)[Pa]}{-\left(13\,600\ \left[\frac{kg}{m^3}\right]\right)\left(9.78\left[\frac{m}{s^2}\right]\right)} = 0.1353\ [m], \qquad \mathbf{\Delta z = 0.1353\ [m]}$$

c) $P_a - P_f = -\rho_L\, g\,(z_a - z_F)$, $\qquad P_a - P_f = -\gamma_L (L)$, $\qquad \gamma_L = \dfrac{P_a - P_f}{-L}$

$$\gamma_L = \frac{(59\,000 - 60\,000\,)\ [Pa]}{-0.25\ [m]}, \qquad \boldsymbol{\gamma_L = 4000\ \left[\frac{N}{m^3}\right]}$$

$$\gamma_L = \rho_L\, g = \delta_L\, \rho_{ag}\, g\ , \qquad \delta_L = \frac{\gamma_L}{\rho_{ag}\, g} = \frac{4000\ \left[\frac{N}{m^3}\right]}{\left(10^3\ \left[\frac{kg}{m^3}\right]\right)\left(9.78\ \left[\frac{m}{s^2}\right]\right)}, \qquad \boldsymbol{\delta_L = 0.409\ [1]}$$

d) $P_{atm} = \rho_{Hg}\, g\, h_{bar}$,

$$h_{bar} = \frac{P_{atm}}{\rho_{Hg}\, g} = \frac{77\,000\ [Pa]}{\left(13\,600\ \left[\frac{kg}{m^3}\right]\right)\left(9.78\ \left[\frac{m}{s^2}\right]\right)}, \qquad \mathbf{h_{bar} = 0.5789\ [m]}$$

2. Se tiene un recipiente adiabático donde se mezclan agua en fase sólida (hielo) a – 15 [°C] con 560 [g] de agua líquida a 30 [°C] ; considere para el agua: c_{hielo} = 2 220 [J/(kg·°C)], $c_{agua\ líq.}$ = 4 186 [J/(kg·°C)], h_{fus} = 333 [kJ/kg]. Si la temperatura de equilibrio resulta ser de 20 [°C] y el experimento se realiza a 101 325 [Pa], determine en el SI:

a) La masa de hielo.
b) La variación de entropía del agua líquida.
c) La variación de entropía del agua originalmente sólida hasta que alcanza la temperatura de equilibrio.
d) Si se cumple el Principio de incremento de entropía y, con base en ello, el tipo de proceso.

a) $Q_{sist.\ ais} = 0$; $\qquad Q_H + Q_L = 0$;

$$m_H c_H (T_{fus} - T_{iH}) + m_H h_{fus} + m_H c_L (T_{eq} - T_{fus}) + m_L c_L (T_{eq} - T_{iL}) = 0$$

$$m_H = \frac{-m_L c_L (T_{eq} - T_{iL})}{c_H (T_{fus} - T_{iH}) + h_{fus} + c_L (T_{eq} - T_{fus})}$$

$$m_H = \frac{-\,(0.56\ [kg])\left(4186\ \left[\frac{J}{kg\cdot °C}\right]\right)(20 - 30)[°C]}{\left(2220\ \left[\frac{J}{kg\cdot °C}\right]\right)\big((0 - (-15))\ [°C]\big) + 333{\times}10^3\left[\frac{J}{kg}\right] + \left(4186\ \left[\frac{J}{kg\cdot °C}\right]\right)(20 - 0)[°C]}$$

$$m_H = \frac{23\,441.6\ [J]}{\left(33\,300\ \left[\frac{J}{kg}\right]\right) + 333\,000\ \left[\frac{J}{kg}\right] + 83\,720\ \left[\frac{J}{kg}\right]}\ ; \qquad \mathbf{m_H = 0.0521\ [kg]}$$

b) $$\Delta S_L = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}, \qquad \Delta S_{12} = \int_1^2 \frac{m_L c_L dT}{T} = m_L c_L \int_1^2 \frac{dT}{T} = m_L c_L \mathrm{Ln}\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$$

$T_1 = T_{iL} = 30\ °C = 303.15\ [K]$; $\qquad T_2 = T_{eq} = 20\ °C = 293.15\ [K]$

$$\Delta S_L = (0.56\ [kg])\left(4186\ \left[\frac{J}{kg\cdot K}\right]\right)\ln\left(\frac{293.15\ [K]}{303.15\ [K]}\right) = -78.6309\ \left[\frac{J}{K}\right]$$

c) $$\Delta S_H = \int_1^4 \frac{\delta Q}{T}, \qquad \Delta S_{14} = \int_1^2 \frac{m_H c_H dT}{T} + \int_2^3 \frac{\delta Q}{T} + \int_3^4 \frac{m_H c_L dT}{T}$$

$$\Delta S_{H14} = m_H c_H \mathrm{Ln}\left(\frac{T_{fus}}{T_{iH}}\right) + \frac{1}{T_{fus}}(m_H h_{fus}) + m_H c_L \mathrm{Ln}\left(\frac{T_{eq}}{T_{fus}}\right)$$

$T_{iH} = -15\ °C = 258.15\ [K]$, $\qquad T_{fus} = 0\ °C = 273.15\ [K]$

$$\Delta S_{14} = (0.0521\ [kg])\left(2220\ \left[\frac{J}{kg\cdot K}\right]\right)\ln\left(\frac{273.15\ [K]}{258.15\ [K]}\right) + \frac{(0.0521\ [kg])\left(333{\times}\ 10^3\left[\frac{J}{kg}\right]\right)}{273.15\ [K]}$$
$$+(0.0521\ [kg])\left(4186\ \left[\frac{J}{kg\cdot K}\right]\right)\ln\left(\frac{293.15\ [K]}{273.15\ [K]}\right)$$

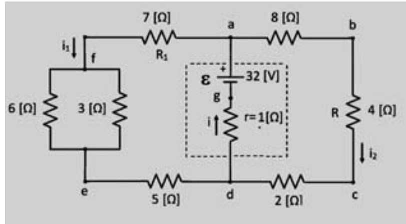
$$\Delta S_H = 6.5326\ \left[\frac{J}{K}\right] + 63.5157\ \left[\frac{J}{K}\right] + 15.411\ \left[\frac{J}{K}\right] = 85.4593\ \left[\frac{J}{K}\right]$$

d) $$\Delta S_{Sist.ais} = \Delta S_L + \Delta S_H = \left(-78.6309\ \left[\frac{J}{K}\right]\right) + \left(-85.4593\ \left[\frac{J}{K}\right]\right), \qquad \boldsymbol{\Delta S_{Sist.ais} = 6.8284\ \left[\frac{J}{K}\right] > 0}\ ;$$

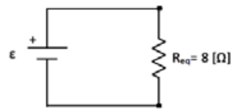
es un proceso irreversible

3. En un circuito eléctrico como el de la figura, se sabe que la diferencia de potencial V_{ed} = 10 [V] y la potencia eléctrica en R = 4 [Ω] es P = 16 [W]. Determine en el SI:

a) El circuito equivalente en su expresión mínima; es decir reducido lo más posible.
b) Los valores de las corrientes i_1 e i_2.
c) La energía suministrada por la fuente ε, al resto del circuito en el lapso Δt = 1 minuto.
d) La potencia eléctrica en el resistor R_1 = 7 [Ω].
e) La diferencia de potencial entre los nodos c y f; es decir V_{cf}.



a)



$R_{fe} = 2\ [\Omega]$, $R_{ad} = 7\ [\Omega]$

entonces:

ε = 32[V] ; $\mathbf{R_{eq}}$ = 8 [Ω]

b) $V_{ed} = R_{5\Omega} i_1$; $i_1 = \frac{V_{ed}}{R_{5\Omega}} = \frac{10\ [V]}{5\ [\Omega]}$, $\mathbf{i_1 = 2[A]}$

$P_R = R\, {i_2}^2$, $i_2 = \sqrt{\frac{P_R}{R}} = \sqrt{\frac{16\ [W]}{4\ [\Omega]}}$, $\mathbf{i_2 = 2\ [A]}$

c) $i = i_1 + i_2 = (2[A]) + (2\ [A]) = 4[A]$

$U = P_\varepsilon \Delta t = \varepsilon\, i\, \Delta t = (32\ [V])(4\ [A])(60\ [s])$, $\mathbf{U = 7680\ [J]}$

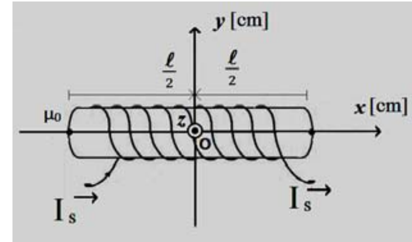
d) $P_{R1} = R_1\, {i_1}^2 = (7[\Omega])(2\ [A])^2$, $\mathbf{P_{R1} = 28\ [W]}$

e) $V_{cf} - 4i_2 - 8i_2 + 7i_1 = 0$, $V_{cf} = 12 i_2 - 7 i_1$

$V_{cf} = (12\ [\Omega])(2\ [A]) - (7[\Omega])(2\ [A])$, $\mathbf{V_{cf} = 10\ [V]}$

4. En la figura se muestra un solenoide, con núcleo de aire, cuyo eje coincide con el *x*, de longitud ℓ = 22 [cm], 2500 vueltas y radio de 1.2 [cm]. Determine:

a) La corriente eléctrica I_s que circula en dicho inductor si se sabe que el campo magnético que produce en el origen es $\vec{B}_0 = 0.5712\ \hat{\imath}$ [mT]
b) El flujo magnético en la sección transversal del núcleo del solenoide, indique su sentido.
c) La corriente en un conductor recto, muy largo, colocado en forma paralela al eje *y* de manera que cruce por el punto P (0, 0, 5) [cm] y que haga que el campo magnético en el origen sea nulo. Indique en un esquema el sentido de dicha corriente eléctrica.
d) La inductancia propia del solenoide.
e) La inductancia equivalente del arreglo al conectar en paralelo al solenoide de la figura otro inductor de 10.2 [mH] lo suficientemente alejado para considerar despreciable la inductancia mutua.



a) $|\vec{B}_0| = \frac{\mu_0 N I_s}{\ell}$; $I_s = \frac{B_0 \ell}{\mu_0 N}$, $I_s = \frac{(0.5712\times 10^{-3}\ [T])(0.22\ [m])}{\left(4\pi\times 10^{-7}\ \left[\frac{Wb}{A\cdot m}\right]\right)(2500)}$, $\mathbf{I_s = 0.04\ [A]}$

b) $\Phi = \iint \vec{B}\cdot\vec{ds}$, como se puede considerar que $B \approx$ cte, entonces $\Phi = B\,A$

$\Phi = (0.5712\times 10^{-3}\ [T])\ (\pi)\ (0.012\ [m])^2$, $\mathbf{\Phi = 258.4048\ [\,nWb]}$;

en sentido positivo del eje "x"

c) Para que $\vec{B}_0 = \vec{0}$ tenemos que $\vec{B}_{0c} = -\vec{B}_{0s}$; por lo tanto: $\vec{B}_{0c} = -0.5712\ \hat{\imath}$ [mT]

entonces: $B_{0C} = \frac{\mu_0 I_C}{2\pi a}$, $I_C = \frac{2\pi a B_{0C}}{\mu_0} = \frac{2\pi(0.05\ [m])(0.5712\times 10^{-3}\ [T])}{4\pi\times 10^{-7}\ \left[\frac{Wb}{A\cdot m}\right]}$;

$\mathbf{I_C = 142.8\ [A]}$

d) $L = \frac{N\Phi}{i} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2}{\ell} = \frac{\left(4\pi\times 10^{-7}\ \left[\frac{Wb}{A\cdot m}\right]\right)(2500)^2(\pi)\ (0.012\ [m])^2}{0.22\ [m]}$, $\mathbf{L = 16.1503\ [mH]}$

e) $L_{eq} = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} = \frac{(16.1503\ [mH])(10.2\ [mH])}{(16.1503\ [mH]) + (10.2\ [mH])}$, $\mathbf{L_{eq} = 6.2517\ [mH]}$