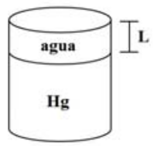
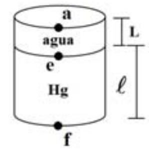
## *Resolución*

1. Un contenedor cilíndrico de 1 [m] de alto, situado a nivel del mar, contiene mercurio a cierta profundidad (L), como se muestra en la figura; el resto del cilindro contiene agua líquida. Si la presión absoluta en el fondo del cilindro es 2 [atm], ¿cuánto vale la profundidad L?




$P_f = 2\text{ atm} = 202\,650\text{ [Pa]};$ aplicando gradiente de presión entre los puntos "e" y "f" :

$P_e - P_f = -\rho_{Hg}\, g(z_e - z_f),$ $\quad P_e = P_f - \rho_{Hg}\, g(z_e - z_f)\ \dots (1)$ ;




por otra parte, aplicando gradiente de presión entre los puntos “a” y “e” :

$P_a - P_e = -\rho_{ag}\, g(z_a - z_e)$ , $\quad P_e = \rho_{ag}\, g(z_a - z_e) + P_a\ \dots (2)$ ;

Igualando (1) con (2):

$P_f - \rho_{Hg}\, g(z_e - z_f) = P_a + \rho_{ag}\, g(z_a - z_e)$ , $\quad z_f = 0$ , $\quad z_e = \ell$

$z_a = L + \ell = 1$

$P_f - \rho_{Hg}\, g(\ell - 0) = P_a + \rho_{ag}\, g(L + \ell - \ell)$ , $\quad P_f - \rho_{Hg}\, g\, \ell = P_a + \rho_{ag}\, g\, L$

$L + \ell = 1$ , $\quad \ell = 1 - L$ , $\quad P_f - \rho_{Hg}\, g\,(1 - L) = P_a + \rho_{ag}\, g\, L$

$P_f - \rho_{Hg} g + \rho_{Hg} g L = P_a + \rho_{ag} g L$ , $\quad L = \dfrac{P_a - P_f + \rho_{Hg}\, g}{g\,(\rho_{Hg} - \rho_{ag})}$

$$L = \frac{(101\,325\text{ [Pa]}) - (202\,650\text{ [Pa]}) + \left(13\,600\left[\frac{kg}{m^3}\right]\right)\left(9.8\left[\frac{m}{s^2}\right]\right)}{\left(9.8\left[\frac{m}{s^2}\right]\right)\left(13\,600\left[\frac{kg}{m^3}\right] - 1\,000\left[\frac{kg}{m^3}\right]\right)} \ , \quad \mathbf{L = 0.2588\ [m] = 25.88\ [cm]}$$

2. Un depósito rígido contiene nitrógeno gaseoso a 100 [kPa] y 17 [°C]. Se hace girar una rueda de paletas que realiza un trabajo de eje de 6 900 [J] en el interior del recipiente hasta que la presión final es 130 [kPa]; durante el proceso tiene lugar una pérdida de calor de 1 [kJ]. Despreciando la energía almacenada en la rueda de paletas y considerando que la temperatura ambiente es 27 [°C], determine:

a) La masa en el interior del depósito en [kg].
b) La variación de entropía del gas nitrógeno en [J/K].

a) $P_1 = 100\,000\text{ [Pa]}$ ; $\quad T_1 = 17\text{ [°C]} = 290.15\text{ [K]};$ $\quad {}_1W_2 = 6\,900\text{ [J]}$

$P_2 = 130\,000\text{ [Pa]}$ ; $\quad {}_1Q_2 = -1\,000\text{ [J]}$ ; $\quad T_{amb} = 27\text{ [°C]} = 300.15\text{ [K]}$

como: $V_1 = V_2$ , entonces $\dfrac{P_1}{T_1} = \dfrac{P_2}{T_2}$ , $\quad T_2 = \dfrac{P_2 T_1}{P_1}$

$T_2 = \dfrac{(130\,000\text{ [Pa]})(290.15\text{ [K]})}{100\,000\text{ [Pa]}} = 377.195\text{ [K]};$ por otra parte: $\quad c_v = \dfrac{\Delta u}{\Delta T}$

$\Delta u = c_v \Delta T$ , $\quad \Delta u = \dfrac{\Delta U}{m}$ , $\quad \dfrac{\Delta U}{m} = c_v \Delta T$ , $\quad m = \dfrac{\Delta U}{c_v \Delta T}$

para un sistema termodinámico cerrado: ${}_1Q_2 + {}_1W_2 = \Delta U_{12}$

$\Delta U_{12} = (-1000\text{ [J]}) + (6900\text{ [J]}) = 5\,900\text{ [J]}$

$$m = \frac{5900\text{ [J]}}{\left(743\left[\frac{J}{kg\cdot K}\right]\right)(377.195 - 290.15)\text{[K]}} \ , \qquad \mathbf{m = 0.0912\ [kg]}$$

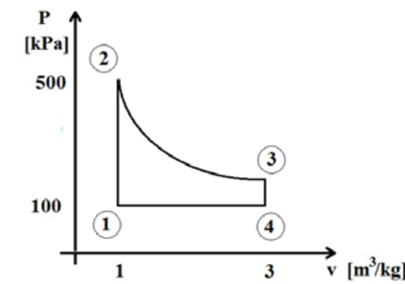
b) $\Delta S_{12} = \displaystyle\int_1^2 \frac{\delta_1 Q_2}{dT}$ , $\quad \Delta S_{12} = m\, c_p \ln\left(\dfrac{T_2}{T_1}\right) - m\, R \ln\left(\dfrac{P_2}{P_1}\right)$

$$\Delta S_{12} = (0.0912\text{ [kg]})\left(1039.8\left[\frac{J}{kg\,K}\right]\right)\ln\left(\frac{377.195\text{ [K]}}{290.15\text{ [K]}}\right) - (0.0912\text{ [kg]})\left(296.8\left[\frac{J}{Kg\,K}\right]\right)\ln\left(\frac{130\text{ [kPa]}}{100\text{ [kPa]}}\right)$$

$$\mathbf{\Delta S_{12} = 17.7782\left[\frac{J}{K}\right]}$$

3. Un ingeniero desarrolló un ciclo que utiliza aire como gas ideal y que se muestra en la gráfica (v,P); consta de dos procesos isométricos, un proceso isobárico y un proceso adiabático. En dicho ciclo el aire en el estado 1 tiene una temperatura de 350 [K] y una presión absoluta de 100 [kPa]. Con base en ello, determine:

a) El calor asociado a cada unidad de masa en el proceso isométrico de 1 a 2.
b) La variación de energía interna específica en el proceso adiabático.
c) El trabajo neto, en cada unidad de masa, que entrega el ciclo.




v = volumen específico
P = presión absoluta

a) $T_1 = 350\text{ [K]}$ , $\quad P_1 = 100\,000\text{ [Pa]}$ , $\quad {}_1w_2 + {}_1q_2 = \Delta u_{12}$ , $\quad {}_1w_2 = 0$ , $\quad {}_1q_2 = \Delta u_{12}$

$\Delta u_{12} = c_v \Delta T_{12} = c_v (T_2 - T_1)$ , $\quad P_2 v_2 = R\, T_2$ , $\quad v_2 = v_1$

$$T_2 = \frac{P_2 v_1}{R} = \frac{(500 \times 10^3\text{[Pa]})\left(1\left[\frac{m^3}{kg}\right]\right)}{286.7\left[\frac{J}{kg\cdot K}\right]} = 1743.98\text{ [K]}$$

$$\Delta u_{12} = \left(717\ \frac{J}{kg\cdot K}\right)(1743.98 - 350)\text{[K]} = 999\,486\left[\frac{J}{kg}\right]$$

$$\mathbf{q_{sum} = {}_1q_2 = 999.486\left[\frac{kJ}{kg}\right] \approx 1000\left[\frac{kJ}{kg}\right]}$$

b) $w_{neto} = {}_1w_2 + {}_2w_3 + {}_3w_4 + {}_4w_1$ , $\quad {}_1w_2 = 0$ , $\quad {}_3w_4 = 0$ , $\quad w_{neto} = {}_2w_3 + {}_4w_1$

${}_2q_3 + {}_2w_3 = \Delta u_{23}$ , $\quad {}_2q_3 = 0$ , $\quad {}_2w_3 = \Delta u_{23}$ , $\quad \Delta u_{23} = c_v \Delta T_{23}$

$$\left(\frac{v_2}{v_3}\right)^k = \frac{P_3}{P_2}, \quad P_3 = P_2\left(\frac{v_2}{v_3}\right)^k = (500\,000\ [\mathrm{Pa}])\left(\frac{1}{3}\right)^{1.4} = 107\,399\ [\mathrm{Pa}], \quad P_3 v_3 = R\,T_3$$

$$T_3 = \frac{P_3 v_3}{R} = \frac{(107\,399\ [\mathrm{Pa}])\left(3\ \left[\frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{kg}}\right]\right)}{286.7\ \left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\cdot K}}\right]} = 1\,123.81\ [\mathrm{K}]$$

$$\Delta u_{23} = \left(717\left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\cdot K}}\right]\right)(1\,123.81 - 1\,743.98)[\mathrm{K}], \qquad \boldsymbol{\Delta u_{23} = -444\,660.19\ \left[\frac{J}{kg}\right]}$$

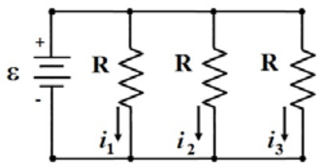
c) $w_{neto} = {}_2w_3 + {}_4w_1$ , $\quad {}_2w_3 = \Delta u_{23}$

$${}_4w_1 - P(v_1 - v_4) = -(100\,000\ [\mathrm{Pa}])\left(1 - 3\ \left[\frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{kg}}\right]\right) = 200\,000\ \left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{Kg}}\right]$$

$$w_{neto} = \left(200\ \left[\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}}\right]\right) + \left(-444.66\ \left[\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}}\right]\right) \qquad \boldsymbol{w_{neto} = -244.66\ \left[\frac{kJ}{kg}\right]}$$

4. Para el circuito de la figura ε= 1.5 [V] y los tres resistores son de igual valor R. Determine:

a) El valor de R para que $i_3$ sea igual a 10 [mA].
b) La resistencia equivalente entre los extremos de la fem.
c) La potencia que disipan los resistores en su conjunto.
d) La corriente eficaz que entrega la fuente si se sustituye ε por una fuente de v(t) = 2.5 cos (120πt) [V].




a) $\varepsilon = R\, i_3$ , $\quad R = \frac{\varepsilon}{i_3} = \frac{1.5\ [\mathrm{V}]}{0.01\ [\mathrm{A}]}$, $\qquad \mathbf{R = 150\ [\Omega]}$

b) $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{3}{R}$, $\qquad R_{eq} = \frac{R}{3} = \frac{150\ [\Omega]}{3}$, $\qquad \mathbf{R_{eq} = 50[\Omega]}$

c) $\varepsilon = R_{eq} i_T$ , $\quad i_T = i_1 + i_2 + i_3 = 3i_3 = 3(0.01\ [\mathrm{A}]) = 30\ [\mathrm{mA}]$

$P = R_{eq}(i_T)^2 = (50\ [\Omega])(0.03\ [\mathrm{A}])^2$, $\qquad \mathbf{P = 0.045\ [W]}$

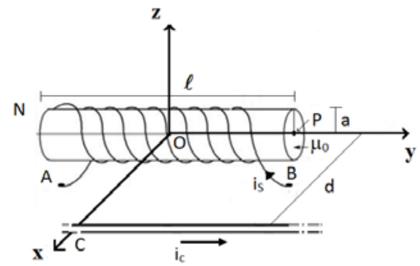
d) $V_{ef} = R_{ef} I_{ef}$ ; $\qquad v(t) = 2.5\cos(120\,\pi\, t)$

$V_{ef} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{2.5\ [\mathrm{V}]}{\sqrt{2}} = 1.7678\ [\mathrm{V}]$ , $\qquad I_{ef} = \frac{V_{ef}}{R_{ef}} = \frac{1.7678\ [\mathrm{V}]}{50\ [\Omega]}$, $\qquad \mathbf{I_{ef} = 0.0354\ [A]}$

5. En la figura se muestran un solenoide largo con núcleo de aire, cuyo eje es el eje "y" del sistema de coordenadas y un conductor recto colocado en el plano "xy". Determine:

a) Si desde la izquierda del solenoide, éste fuese recorrido a lo largo del eje "y" por un flujo magnético creciente en el tiempo tal que $\frac{d\phi}{dt} = 40 \times 10^{-3} \left[\frac{\mathrm{Wb}}{\mathrm{s}}\right]$, calcule la fuerza electromotriz inducida entre las terminales "A" y "B"; es decir $v_{AB}$. Indique qué punto está a mayor potencial.
b) El campo total en el origen (0,0,0) debido al solenoide y al conductor recto paralelo al eje "y" que interseca a dicho eje en el punto C (4,0,0) [cm]; considere que $i_s$ = 0.5 [A] e $i_c$ = 200 [A].
c) La inductancia propia (o autoinductancia) del solenoide.

$\ell$ = 20 [cm]
a = 2 [cm]
$\overline{OP} = \ell/2$ = 10 [cm]
N = 2 000 espiras




a) $\frac{d\,\phi}{dt} = 0.04 \frac{\mathrm{Wb}}{\mathrm{s}}$

$|V_{ab}| = \left|-N\frac{d\phi}{dt}\right| = (2000)(0.04\ \left[\frac{\mathrm{Wb}}{\mathrm{s}}\right] = 80\ [\mathrm{V}]$

De acuerdo con el principio de Lenz: $v_a > v_b$ ; $\qquad \mathbf{v_{ab} = +80\ [V]}$

"a" está a mayor potencial que "b"

$$\vec{B}_0 = \vec{B}_{0s} + \vec{B}_{0c}$$

$$\vec{B}_{0s} = \frac{\mu_0 N i_s}{\ell}(-\hat{j}) = \frac{\left(4\pi \times 10^{-7}\left[\frac{\mathrm{Wb}}{\mathrm{A\cdot m}}\right]\right)(2000)(0.5\ [\mathrm{A}])}{0.2\ [\mathrm{m}]}(-\hat{j}) = -6.2832\ (\hat{j})\ [\mathrm{mT}]$$

$$\vec{B}_{0c} = \frac{\mu_0 i_C}{2\pi d}(\hat{k}) = \frac{\left(4\pi \times 10^{-7}\left[\frac{\mathrm{Wb}}{\mathrm{A\cdot m}}\right]\right)(200\ [\mathrm{A}])}{2\pi(0.04\ [\mathrm{m}])}(\hat{k}) = 1\ (\hat{k})[\mathrm{mT}]$$

$$\boldsymbol{\vec{B}_0 = (-6.2832\,\hat{j} + \hat{k})\ [mT]}$$

c) $$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell} = \frac{\mu_0 N^2 \pi a^2}{\ell} = \frac{\left(4\pi \times 10^{-7}\left[\frac{\mathrm{Wb}}{\mathrm{A\cdot m}}\right]\right)(2000)^2(\pi)(0.02\ [\mathrm{m}])^2}{0.2\ [\mathrm{m}]}$$

$$\mathbf{L = 0.0316\ [H] = 31.6\ [mH]}$$

Joseph Henry ( 1797 – 1878).
Físico estadounidense conocido por su trabajo acerca del electromagnetismo, en electroimanes y relés. Descubrió de forma independiente y simultánea a Faraday que un campo magnético variable induce una fuerza electromotriz. En particular, Henry observó que, si un conductor se mueve perpendicularmente a un campo magnético, aparece una diferencia de potencial entre los extremos del conductor. A la unidad para medir la inductancia, en el SI, se le denomina henry en su honor.

unam donde se construye el futuro