DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE FÍSICA Y QUÍMICA
EXAMEN COLEGIADO DE PRINCIPIOS DE TERMODINÁMICA Y ELECTROMAGNETISMO (1314)
PRIMER EXAMEN FINAL SEMESTRE 2013 – 2
Jueves 30 de mayo de 2013, 10:30 horas

Tipo
Jozef Stefan (1835 – 1893)

Resolución

1. Un gas se encuentra en el interior de un cilindro vertical, el cual tiene un área transversal de 30 [cm^2], éste se cierra mediante un pistón cuya masa es de 150 [kg]. Dentro del gas se tiene un resistor en el que circulan 8 [A] de corriente eléctrica de una pila externa de 6 [V], durante 3 [min]. El gas cede 5.8 [kJ] en forma de calor y su energía interna aumenta en 2.4 [kJ]. Si el entorno se encuentra a una presión ambiente de 78 [kPa], aceleración gravitatoria de 9.78 [m/s^2] y el proceso es reversible, determine:

a) La presión absoluta del gas.
b) El tipo de proceso que efectúa el gas. Argumente su respuesta.
c) La cantidad de energía, en forma de calor, que entrega el resistor al gas.
d) El trabajo de expansión efectuado por el gas. Indique si este último se expande o se comprime.
e) La distancia que se desplaza el émbolo.

a) $P_{atm}A + W_e = P_gA$; $P_g = P_{atm} + \frac{W_e}{A} = P_{atm} + \frac{m_e g}{A}$ ……(1)

$P_g = (78\,000\ [\text{Pa}]) + \frac{(150\ [\text{kg}])(9.78\ \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right])}{0.003\ [\text{m}^2]} = 567\,000\ [\text{Pa}]$, $\mathbf{P_{gas} = 567\ [kPa]}$

b) Con base en la expresión (1)del inciso anterior, se observa que la presión del gas es constante, por lo tanto se trata de un **proceso isobárico**.

c) $Q_R = P_R \Delta t$, $Q_R = V_{xy} i\,\Delta t = (6\ [\text{V}])(8\ [\text{A}])(3)(60\ [\text{s}]) = 8640\ [\text{J}]$, $\mathbf{Q_R = 8.64\ [kJ]}$

d) ${}_1Q_2 + {}_1W_2 = \Delta U_{12}$

${}_1Q_2 = Q_R + Q_{ced} = (8.64\ \text{kJ}) + (-5.8\ \text{kJ}) = 2.84\ [\text{kJ}]$

${}_1W_2 = W_{exp}$; ${}_1W_2 = \Delta U_{12} - {}_1Q_2 = (2.4\ \text{kJ}) - (2.84\ \text{kJ}) = -0.44\ [\text{kJ}]$

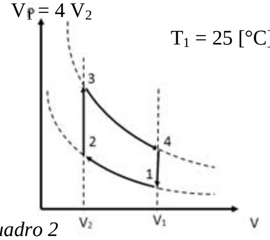
$\mathbf{W_{exp} = -440\ [J]}$; como $W_{exp} < 0$, entonces **el gas se expande**.

e) $W_{exp} = -\int_1^2 P_g dV = -P_g \int_1^2 dV = -P_g(V_2 - V_1) = -P_g \Delta V = -P_g\, A\, \Delta x$;

$\Delta x = \frac{W_{exp}}{-P_g A} = \frac{-440\ [\text{J}]}{-(567\,000\ [\text{Pa}])(0.003\ [\text{m}^2])}$, $\mathbf{\Delta x = 0.2587\ [m] = 25.87\ [cm]}$

2. Una masa de 5 [g] de aire, como gas ideal, realiza el ciclo descrito en el cuadro 1 y en la gráfica (V,P) mostrada. Con la información de las propiedades mostradas, determine en el SI:
a) La presión y temperatura absolutas máximas en el ciclo.
b) El trabajo desarrollado en el proceso 3→4, explique el signo.
c) La variación de entropía del aire durante la compresión isotérmica.
d) El trabajo neto realizado por el ciclo.
e) La eficiencia porcentual del ciclo.

$V_1 = 4\,V_2$ $T_1 = 25$ [°C]



cuadro 1

proceso	*descripción*
1 → 2	isotérmico
2 → 3	isométrico
3 → 4	isotérmico
4 → 1	isométrico

cuadro 2

estado	P [Pa]	V [m^3]	T [K]
1	77 000	5.55×10^{-3}	298.15
2	308 000		
3			
4	154 000		596.23

a) $m = 5[\text{g}] = 0.005[\text{kg}]$, $V_1 = 4V_2$, $T_1 = 25\ [°\text{C}] = 298.15\ [\text{K}]$

$V_2 = \frac{1}{4}V_1 = \frac{1}{4}\ (5.55 \times 10^{-3}\ [\text{m}^3]) = 1.3875 \times 10^{-3}\ [\text{m}^3] = V_3$

$\mathbf{T_3 = T_4 = T_{máx} = 596.23\ [K]}$

$P_2V_2 = m\,R\,T_2$, $m\,R = \frac{P_2V_2}{T_2} = \frac{(308\,000[\text{Pa}])(1.3875 \times 10^{-3}\ [\text{m}^3])}{298.15\ [\text{K}]} = 1.4333 \left[\frac{\text{Pa}\cdot\text{m}^3}{\text{K}}\right]$

$P_3V_3 = m\,R\,T_3$, $P_3 = \frac{m\,R\,T_3}{V_3} = \frac{P_2V_2}{T_2}\cdot\frac{T_3}{V_3}$, como $V_2 = V_3$, entonces

$P_3 = \frac{P_2T_3}{T_2} = \frac{(308000\ [\text{Pa}])(596.23[\text{K}])}{298.15\ [\text{K}]}$, $\mathbf{P_3 = P_{máx} = 615.9278\ [kPa]}$

b) ${}_3W_4 = -\int_3^4 P dV = -m\,R\,T_3 \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right)$, como $V_4 = V_1$ y $V_3 = V_2$, entonces $\frac{V_4}{V_3} = \frac{V_1}{V_2} = 4$

${}_3W_4 = -\left(1.4333\ \left[\frac{\text{Pa}\cdot\text{m}^3}{\text{K}}\right]\right)(596.23\ [\text{K}])\ln(4) = -1184.6945\ [\text{J}]$, ${}_3W_4 = -1.1847$ [kJ]

como W<0 el gas se expande

c) $\Delta S_{12} = m\,c_v \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + m\,R\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$, $T_1 = T_2$, $\Delta S_{12} = m\,R\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = m\,R\ln\left(\frac{V_2}{4V_2}\right)$

$\Delta S_{12} = m\,R\ln\left(\frac{1}{4}\right) = 1.4333\ \left[\frac{\text{Pa}\cdot\text{m}^3}{\text{K}}\right]\ln\left(\frac{1}{4}\right)$, $\mathbf{\Delta S_{12} = -1.987\left[\frac{J}{K}\right]}$

d) $W_{neto} = {}_1W_2 + {}_2W_3 + {}_3W_4 + {}_4W_1$, ${}_2W_3 = {}_4W_1 = 0$, $W_{neto} = {}_1W_2 + {}_3W_4$

${}_1W_2 = -m\,R\,T_1\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = -m\,R\,T_1\ln\left(\frac{1}{4}\right)$

${}_1W_2 = -\left(1.4333\ \left[\frac{\text{Pa}\cdot\text{m}^3}{\text{K}}\right]\right)(298.15\ [\text{K}])\ln\left(\frac{1}{4}\right) = 592.4168\ [\text{J}]$

$W_{neto} = 592.4168\ [\text{J}] + (-1184.6945\ [\text{J}])$, $\mathbf{W_{neto} = -592.2777\ [J]}$

e) $\eta = \frac{W_{neto}}{Q_A}$, ${}_2Q_3 + {}_2W_3 = \Delta U_{23}$, ${}_2W_3 = 0$, $\Delta U_{23} = {}_2Q_3$

$$\Delta U_{23} = mc_v\Delta T_{23} = \left((0.005\ [kg])\left(717\ \left[\frac{J}{kg\cdot K}\right]\right)(596.23 - 298.15)[K]\right)$$

$\Delta U_{23} = 1068.6168\ [J] = {}_2Q_3$, ${}_3Q_4 + {}_3W_4 = \Delta U_{34}$, $\Delta U_{34} = 0$, ${}_3Q_4 = -\,{}_3W_4$

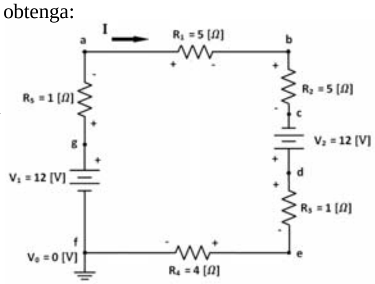
${}_3Q_4 = -(-1184.6945\ [J]) = 1184.6945\ [J]$

$Q_A = {}_2Q_3 + {}_3Q_4 = (1068.6168\ [J]) + (1184.6945\ [J]) = 2253.3113\ [J]$

$\eta = \frac{592.2777\ [J]}{2\,253.3113\ [J]} = 0.2628$, $\boldsymbol{\eta = 26.28}$ %

3. Para el circuito eléctrico de corriente continua que se muestra en la figura: $R_1 = 5$ [Ω], $R_2 = 5$ [Ω], $R_3 = 1$ [Ω], $R_4 = 4$ [Ω], $R_5 = 1$ [Ω] y dos baterías de 12 [V], obtenga:

a) El valor de la corriente eléctrica I.
b) La diferencia de potencial V_{ae}.
c) La energía asociada a cada fuente de fuerza electromotriz en un minuto de operación. Indique para cada caso si la fuente entrega o recibe energía.
d) El total de energía que consumen los resistores en su conjunto, en 5 minutos de operación.
e) El potencial en el nodo a.



a) Con ley de voltajes de Kirchhoff en la malla: $R_1I + R_2I - V_2 + R_3I + R_4I - V_1 + R_5I = 0$

$(R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5)I = V_1 + V_2$

$I = \left(\frac{V_1 + V_2}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5}\right) = \left(\frac{(12+12)[V]}{(5+5+1+4+1)[\Omega]}\right)$, $\mathbf{I = 1.5\ [A]}$

b) Con base en la suma de voltajes de Kirchhoff: $V_{ae} + R_4I - V_1 + R_5I = 0$

$V_{ae} = V_1 - (R_4 + R_5)\,I$, $V_{ae} = 12[V] - (4[\Omega] + 1[\Omega])(1.5\ [A])$, $\mathbf{V_{ae} = 4.5[V]}$

c) $U_1 = P_1\Delta t = V_1 I\Delta t = (12\ [V])(1.5[A])(60\ [s]) = 1080\ [J]$

$U_2 = P_2\Delta t = V_2 I\Delta t = U_1$, $\mathbf{U_1 = U_2 = 1.080\ [kJ]}$;

las dos fuentes entregan energía al resto del circuito.

d) $U_R = P_{Req}\Delta t = R_{Req}I^2\Delta t$; $R_{req} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 = 16[\Omega]$

$U_R = (16[\Omega])(1.5[A])^2(5)(60[s]) = 10\,800\ [J]$, $\mathbf{U_R = 10.8\ [kJ]}$

o bien:

$(U_1 + U_2)\,\Delta t = (2)(1080[J])(5) = 10\,800\ [J]$

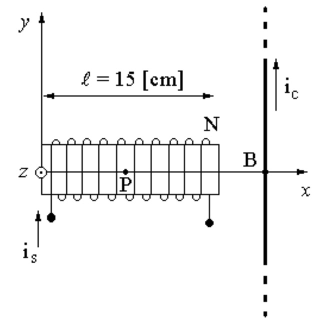
e) $V_{af} = V_a - V_f$, $V_f = 0$; $V_a = V_{af}$; $V_{af} - V_1 + R_5I = 0$

$V_{af} = V_1 - R_5I = (12[V]) - (1[\Omega])(1.5[A])$

$\mathbf{V_{af} = 10.5\ [V] = V_a}$

4. En la figura se muestra un solenoide de 4500 vueltas, de núcleo de aire, cuyo eje coincide con el "x" y un conductor recto largo, que es paralelo al eje "y" y que pasa por el punto B. Si por el solenoide circula una corriente de 2.8 [mA], por el conductor recto 38 [A] y se sabe que el campo magnético en la sección transversal del solenoide que contiene al punto P es uniforme, determine:

a) El vector campo magnético en el punto P debido al solenoide únicamente. Exprese el resultado en [μT].
b) El vector campo magnético total en el punto P. Exprese el resultado en [μT].
c) El flujo magnético en la sección transversal del solenoide que contiene al punto P, debido exclusivamente a la corriente en el solenoide.
d) La fuerza de origen magnético que experimenta una carga puntual q = – 8 [pC] que pasa por el punto P con una velocidad de 500 $\hat{\imath}$ [m/s]
e) La inductancia del solenoide. Exprese el resultado en [mH].



N = 4500 vueltas ;
A = 3.14×10^{-3} [m²] (área de la sección transversal del solenoide)
P (7.5, 0, 0) [cm]
B (17, 0, 0) [cm]

a) $\vec{B}_{Ps} = \frac{\mu_0 N_s i_s}{\ell}(-\hat{\imath}) = -\frac{\left(4\pi\times10^{-7}\left[\frac{Wb}{A\cdot m}\right]\right)(4500)(0.0028\ [A])}{0.15\ [m]}(\hat{\imath})$, $\mathbf{\vec{B}_{Ps} = -105.5575\ \hat{\imath}\ [\mu T]}$

b) $\vec{B}_P = \vec{B}_{Ps} + \vec{B}_{Pc}$; $\vec{B}_{Pc} = \frac{\mu_0 i_c}{2\pi a}(\hat{k}) = \frac{\left(4\pi\times10^{-7}\left[\frac{Wb}{A\cdot m}\right]\right)(38\ [A])}{2\pi(0.095\ [m])}(\hat{k}) = 80\ \hat{k}\ [\mu T]$

$\mathbf{\vec{B}_P = -105.5575\ \hat{\imath} + 80\ \hat{k}\quad [\mu T]}$

c) $\phi = \iint \vec{B}\cdot\vec{ds} = B\iint ds = BA = (105.5575\times10^{-6}[T])(3.14\times10^{-3}[m^2])$

$\boldsymbol{\phi = 331.45\ [nWb]}$

d) $\vec{F}_q = q\,\vec{v}\times\vec{B}_c = (-8\times10^{-12}[C])\ \left[500\,\hat{\imath}\left[\frac{m}{s}\right]\times\left(-105.5575\,\hat{\imath} + 80\,\hat{k}\right)(10^{-6})[T]\right]$

$\mathbf{\vec{F}_q = 0.32\ \hat{\jmath}\ [pN]}$

e) $L = \frac{N_s\phi_s}{i_s} = \frac{\mu_0 N_s^2 A}{\ell} = \frac{\left(4\pi\times10^{-7}\left[\frac{Wb}{A\cdot m}\right]\right)(4500)^2\ (3.14\times10^{-3}[m^2])}{0.15\ [m]}$

$\mathbf{L = 532.69\ [mH]}$

unam
donde se construye el
futuro