DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE FÍSICA Y QUÍMICA
EXAMEN DEPARTAMENTAL DE PRINCIPIOS DE TERMODINÁMICA Y ELECTROMAGNETISMO (1314)
PRIMER EXAMEN FINAL SEMESTRE 2013 – 1
Miércoles 28 de noviembre de 2012, 8:00 horas

Tipo
Germain Henri Hess (1802 – 1850)

Resolución

1. Un tanque esférico, de 1.9276 [m] de radio, rígido contiene un solo gas en dos compartimientos separados por una membrana. En la sección 1, de volumen V_1 = 8 [m^3] el gas tiene 0.5051 [m^3/kg] y en la sección 2 está otra masa del mismo gas. La membrana se rompe y las masas gaseosas se mezclan. Al alcanzar el equilibrio, el gas adquiere el valor de 0.7964 [m^3/kg]. Determine en el SI:

a) La masa total del gas contenida en el tanque esférico.
b) El volumen específico del gas contenido en la sección 2 antes de que la membrana se rompa.

a) $V_T = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi(1.9276\ \mathrm{m})^3 = 30.0013\ \mathrm{m}^3 \approx 30\ \mathrm{m}^3$

$v = \frac{V}{m}$ $\quad m = \frac{V}{v}$; $\quad m_T = \frac{V_T}{v_m} = \frac{30\ \mathrm{m}^3}{0.7964\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg}}}$, $\quad \mathbf{m_T = 37.6695\ [kg]}$

b) $V_T = V_1 + V_2$ $\quad V_2 = V_T - V_1 = (30\ \mathrm{m}^3) - (8\ \mathrm{m}^3) = 22\ \mathrm{m}^3$

$m_T = m_1 + m_2$; $\quad m_1 = \frac{V_1}{v_1}$; $\quad m_T = \frac{V_1}{v_1} + m_2$; $\quad m_2 = m_T - \frac{V_1}{v_1}$

$m_2 = (37.6695\ \mathrm{kg}) - \frac{(8\ \mathrm{m}^3)}{0.5051\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg}}} = 21.8311\ \mathrm{kg}$ $\quad v_2 = \frac{V_2}{m_2} = \frac{22\ \mathrm{m}^3}{21.8311\ \mathrm{kg}}$;

$$\mathbf{v_2 = 1.0077\ \left[\frac{m^3}{kg}\right]}$$

2. En un sistema termodinámico cerrado que contiene aire a una presión absoluta de 400 [kPa] y 326.85 [°C] se realiza un proceso politrópico (n= 1.85) hasta que el fluido alcanza la presión absoluta de 150 [kPa] y 126.85 [°C]. Determine:

a) El cambio de energía interna específica del aire en el proceso.
b) El calor, asociado a cada unidad de masa, transferido en el proceso. Indique si el aire lo recibe o lo rechaza.

$T_1 = 326.85\ °\mathrm{C} = 600\ \mathrm{K}$, $\quad T_2 = 126.85\ °\mathrm{C} = 400\ \mathrm{K}$

a) Sistema termodinámico cerrado; $\quad {}_1q_2 + {}_1w_2 = \Delta u_{12}$

$c_V = \frac{\Delta u}{\Delta T}$; $\quad \Delta u = c_V \Delta T$; $\quad \Delta u_{12} = \left(717\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg \cdot K}}\right)(400 - 600)\mathrm{K}$; $\quad \mathbf{\Delta u_{12} = -143\ 400\ \left[\frac{J}{kg}\right]}$

b) ${}_1w_2 = -\int_1^2 P dv$, $\quad {}_1w_2 = \frac{P_2v_2 - P_1v_1}{n-1}$; $\quad$ por otra parte: $Pv = RT$

$${}_1w_2 = \frac{RT_2 - RT_1}{n-1} = \frac{R(T_2 - T_1)}{n-1} = \frac{\left(286.7\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg \cdot K}}\right)(400 - 600)\mathrm{K}}{1.85 - 1} = -67\ 459\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}$$

${}_1q_2 + {}_1w_2 = \Delta u_{12}$; $\quad {}_1q_2 = \Delta u_{12} - {}_1w_2$

${}_1q_2 = \left(-143\ 400\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}\right) - \left(-67\ 459\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}\right)$, $\quad \mathbf{{}_1q_2 = -75\ 941\ \left[\frac{J}{kg}\right]}$

el aire lo rechaza.

3. Un ciclo de Diesel que utiliza 4.2 [g] de aire tiene una relación de compresión de 15 y se le suministran 7.5 [kJ] de calor. Al inicio de la compresión adiabática el volumen del aire dentro del cilindro es 3.8 litros, la presión absoluta es 0.095 [MPa] y la temperatura es 27 [°C]. Considerando el ciclo reversible, determine:

a) La presión y la temperatura máximas del gas durante el ciclo.
b) La variación de entropía para el aire durante el proceso de admisión de combustible.

a) $P_{máx} = P_2 = P_3$; $\quad$ para un proceso adiabático: $P_1V_1^{\,k} = P_2V_2^{\,k}$

$\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^k = \left(\frac{1}{r}\right)^k$, $\quad P_2 = \frac{P_1}{\left(\frac{1}{r}\right)^k} = \frac{95\ 000\ \mathrm{Pa}}{\left(\frac{1}{15}\right)^{1.4}}$, $\quad \mathbf{P_{máx.} = 4\ 209.702\ [kPa]}$

$V_2 = \frac{V_1}{r} = \frac{0.0038\ \mathrm{m}^3}{15} = 2.5333 \times 10^{-4}\ \mathrm{m}^3$, $\quad P_2V_2 = m\,R\,T_2$

$$T_2 = \frac{P_2V_2}{mR} = \frac{(4\ 209\ 702\ \mathrm{Pa})(2.5333 \times 10^{-4}\ \mathrm{m}^3)}{(0.0042\ \mathrm{kg})\left(286.7\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg \cdot K}}\right)} = 885.66\ [\mathrm{K}]$$

${}_2Q_3 = \Delta H_{23}$; $\quad c_p = \frac{\Delta h}{\Delta T}$, $\quad \Delta h = C_p\,\Delta T$, $\quad \Delta H_{23} = mc_p\Delta T_{23}$, $\quad {}_2Q_3 = mc_p\Delta T_{23} = mc_p(T_3 - T_2)$

$\Delta T_{23} = \frac{{}_2Q_3}{mc_p}$; $\quad T_3 = \frac{{}_2Q_3}{mc_p} + T_2$

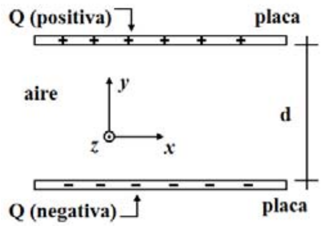
$T_3 = \frac{7\ 500\ \mathrm{J}}{(0.0042\ \mathrm{kg})\left(1003.7\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg \cdot K}}\right)} + (885.66\ \mathrm{K})$, $\quad \mathbf{T_{máx.} = 2\ 664.79\ [K]}$

b) $\Delta S_{23} = mc_p \ln\frac{T_3}{T_2} - m\,R\ln\frac{P_3}{P_2}$; $\quad$ como $\quad P_2 = P_3$, entonces: $\quad \Delta S_{23} = mc_p \ln\frac{T_3}{T_2}$

$\Delta S_{23} = mc_p \ln\frac{T_3}{T_2} = (0.0042\ \mathrm{kg})\left(1003.7\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg \cdot K}}\right)\ln\frac{2\ 664.79\ \mathrm{K}}{885.66\ \mathrm{K}}$, $\quad \mathbf{\Delta S_{23} = 4.6439\ \left[\frac{J}{K}\right]}$

4. En la figura se muestran dos placas planas y paralelas con un área de 0.0025 [m^2] cada una, una carga de 2 [nC] (positiva la de arriba y negativa la de abajo) y una distancia (d) de 12 [mm] entre ellas. Determine:

a) El vector campo eléctrico en la región que existe entre las placas.
b) El vector fuerza de origen magnético que actúa sobre un electrón que se mueve en el eje positivo de las "*x*", con una rapidez de 3×10^5 [m/s] si se sabe que en la región hay, adicionalmente, un campo magnético de 0.8 [T] en la dirección positiva del eje de las "*z*".



a) De acuerdo con la figura: $\vec{E} = E\,(-\hat{\jmath})$; $\quad E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_o}$; $\quad \sigma = \dfrac{Q}{A}$; $\quad E = \dfrac{Q}{A\varepsilon_o}$

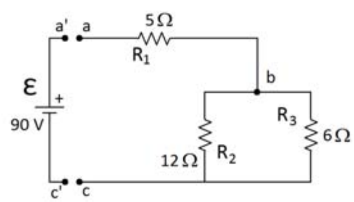
$$E = \frac{2\times10^{-9}\mathrm{C}}{(0.0025\ \mathrm{m^2})(8.85\times10^{-12}\ \frac{\mathrm{C^2}}{\mathrm{N\cdot m^2}})} = 90\,395.48\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}, \qquad \vec{\mathbf{E}} = -\mathbf{90\,395.48}\ \hat{\jmath}\left[\frac{\mathbf{N}}{\mathbf{C}}\right]$$

b) $\vec{F}_m = q_e(\vec{v}\times\vec{B})$, $\quad \vec{B} = B\,(\hat{k})$, $\quad \vec{v} = 3\times10^5\,\hat{\imath}\ \dfrac{m}{s}$

$$\vec{F}_m = (-1.6\times10^{-19}\mathrm{C})\left[\left(3\times10^5\,\hat{\imath}\ \frac{m}{s}\right)\times\left(0.8\,\hat{k}\ \mathrm{T}\right)\right], \qquad \vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{m}} = \mathbf{3.84\times10^{-14}}\ \hat{\jmath}\ [\mathbf{N}]$$

5. Para un circuito eléctrico como el mostrado en la figura, determine:

a) El resistor equivalente a la conexión de R_1, R_2 y R_3 entre los puntos "a" y "c".
b) Al conectar la fuente ε entre los puntos "a" y "c", determine el valor de la corriente eléctrica en la fuente.
c) La diferencia de potencial en los extremos del resistor R_3, es decir V_{bc}.
d) La potencia en el resistor R_1.



a) $R_{bc} = \dfrac{R_2R_3}{R_2+R_3} = \dfrac{(12\Omega)(6\Omega)}{(12+6)\Omega} = 4\ \Omega$

$R_{ac} = R_1 + R_{bc}$ $\qquad R_{ac} = (5\ \Omega) + (4\ \Omega)$, $\qquad \mathbf{R_{ac} = 9\ [\Omega]}$

b) $\varepsilon = R_{bc}\,I_f$, $\qquad I_f = \dfrac{\varepsilon}{R_{bc}} = \dfrac{90\ V}{9\ \Omega}$, $\qquad \mathbf{I_f = 10\ [A]}$

c) $V_{bc} = R_{bc}I_f = (4\ \Omega)(10\ A)$, $\qquad \mathbf{V_{bc} = 40\ [V]}$

d) $P_{R1} = R_1{I_f}^2 = (5\ \Omega)(10\ A)^2$, $\qquad \mathbf{P_{R1} = 500\ [W]}$

2012 AÑO INTERNACIONAL DE LA ENERGÍA SOSTENIBLE PARA TODOS