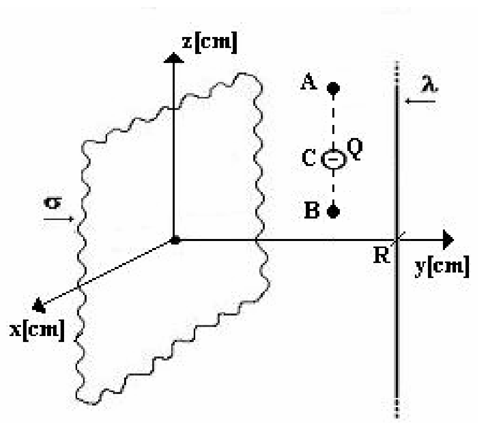
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE FÍSICA GENERAL Y QUÍMICA
DEPARTAMENTO DE ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO
SEMESTRE 2008-1
PRIMERA EVALUACIÓN SUMATIVA COLEGIADA
TIPO "A"
SOLUCIÓN

1. En la figura se muestra el arreglo de tres cuerpos cargados: una superficie muy grande coincidente con el plano "xz" con $\sigma = 3.54\left[\frac{\mu C}{m^2}\right]$, una línea muy larga paralela al eje "z" y que pasa por el punto R (0,6,0) [cm] con $\lambda = 1\left[\frac{\mu C}{m}\right]$ y una carga puntual $Q = -20[nC]$ colocada en el punto C(0,3,3) [cm], determine en unidades del SI:

a) [ ] El vector fuerza eléctrica en [N] que actúa sobre la carga Q debido a la presencia de la línea y la superficie.

1) $388\times10^{-3}\hat{j}$
2) $-16\times10^{-3}\hat{j}$
3) $8\times10^{-3}\hat{j}$
4) $16\times10^{-3}\hat{j}$
5) Otro y el resultado es: ________________________



b) [ ] El vector campo eléctrico en [N/C], en el punto A (0,3,6) [cm].

1) $1000\times10^{3}\hat{j}$
2) $(-400\times10^{3}\hat{j} + 200\times10^{3}\hat{k})$
3) $(800\times10^{3}\hat{j} + 200\times10^{3}\hat{k})$
4) $-1000\times10^{3}\hat{j}$
5) Otro y el resultado es: ________________________

c) [ ] La diferencia de potencial V_{AB} en [V], donde B tiene como coordenadas (0,3,1) [cm].

1) -3000
2) 30
3) -30
4) 3000
5) Otro y el resultado es: ________________________

d) [ ] El trabajo necesario en [J] para mover una carga q = -2 [μC] del punto A al punto B.

1) 6×10^{-3}
2) 60×10^{-6}
3) -60×10^{-6}
4) -6×10^{-3}
5) Otro y el resultado es: ________________________

a) $\vec{F} = Q\vec{E}_C$, $\vec{E}_C = \vec{E}_{C\sigma} + \vec{E}_{C\lambda}$,

$$\vec{E}_{C\lambda} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\lambda}{a}\left(-\hat{j}\right) = 9\times10^{9}\frac{2\left(1\times10^{-6}\right)}{0.03} = -600000\hat{j}\left[\frac{N}{C}\right]$$

$$\vec{E}_{C\sigma} = \frac{\sigma}{2\cdot\varepsilon_0}\hat{j} = \frac{3.54\times10^{-6}}{2\left(8.85\times10^{-12}\right)}\hat{j} = 200000\hat{j}\left[\frac{N}{C}\right]$$

$$\vec{E}_C = 200\hat{j} - 600\hat{j} = -400\hat{j}\left[\frac{kN}{C}\right]; \quad \therefore \vec{F} = -20\times10^{-9}(-400\hat{j}\times10^{3}) = 8\times10^{-3}\hat{j}\cdot[N].$$

(3)

b) $\vec{E}_{AQ} = \frac{1}{4\pi\cdot\varepsilon_0}\frac{Q}{r_{AC}^2}\left(-\hat{k}\right) = 9\times10^9\frac{20\times10^{-9}}{0.03^2}\left(-\hat{k}\right) = -200000\hat{k}\left[\frac{N}{C}\right]$

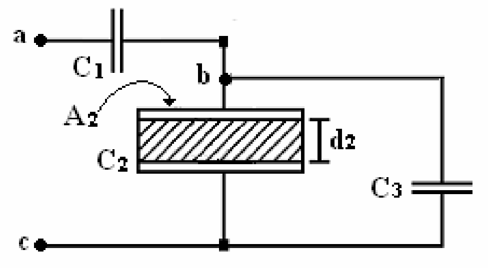
$\vec{E}_A = \vec{E}_{AQ} + \vec{E}_{A\lambda} + \vec{E}_{A\sigma} = \left(-400\hat{j} - 200\hat{k}\right)\left[\frac{kN}{C}\right]$ otro (5)

c) $V_{AB} = V_{AB\,Q} + V_{AB\,\lambda} + V_{AB\,\sigma}$; pero $V_{AB\,\lambda} = V_{AB\,\sigma} = 0$

$V_{AB\,Q} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right] = 9\times10^9\left(-20\times10^{-9}\right)\left(\frac{1}{0.03} - \frac{1}{0.02}\right) = 3[kV]$ (4)

d) ${}_AW_B = qV_{BA} = -2\times10^{-6}\left(-3\times10^3\right) = 6[mJ]$ (1).

2. En la figura se muestran tres capacitores C_1=6 [nF], C_2 de placas planas y paralelas ($E_{RUP\,2} = 2\times10^6\left[\frac{V}{m}\right]$, $\varepsilon_2 = 35.4\times10^{-12}\left[\frac{C^2}{N\cdot m^2}\right]$, $A_2 = 4000[cm^2]$ y $d_2 = 1.77[mm]$) y C_3 = 4 [nF]. Cuando el arreglo de capacitores se conecta a una diferencia de potencial V_{ac} > 0 [V], la diferencia de potencial V_{bc} resulta ser de 160 [V]. Determine en unidades del SI:



a) [ ] La capacitancia de C_2 en [F].
1) 8×10^{-8}
2) 8×10^{-5}
3) 8×10^{-12}
4) 8×10^{-9}
5) Otro y el resultado es: ________________________

b) [ ] La diferencia de potencial aplicada V_{ac} en [V] si la carga en C_2 es Q_2=1.28 [μC]
1) 373.3
2) 426.7
3) 480
4) 160
5) Otro y el resultado es: ________________________

c) [ ] La energía total almacenada en [J] cuando la carga en C_1 es Q_1=1.92 [μC]
1) 3.62×10^{-4}
2) 3.8×10^{-6}
3) 4.61×10^{-4}
4) 4.09×10^{-4}
5) Otro y el resultado es: ________________________

d) [ ] La diferencia de potencial máxima en [V] que se puede aplicar al capacitor C_2.
1) 3540000
2) 1130×10^6
3) 3540
4) 1130×10^3
5) Otro y el resultado es: ________________________

a)

$C_2 = \frac{\varepsilon\cdot A_2}{d_2} = \frac{35.4\times10^{-12}\times0.4}{1.77\times10^{-3}} = 8\times10^{-9}[F]$ (4).

b) $V_2 = \dfrac{Q_2}{C_2} = \dfrac{1.28\times10^{-6}}{8\times10^{-9}} = 160[\mathrm{V}] = V_3 = V_{bc}$

$Q_3 = C_3 \cdot V_{bc} = 4\times10^{-9}\times160 = 640\times10^{-9}[\mathrm{C}]$

$Q_1 = Q_2 + Q_3 = 1.28\times10^{-6} + 640\times10^{-9} = 1920\times10^{-9}[\mathrm{C}]$

$V_{ab} = \dfrac{Q_1}{C_1} = \dfrac{1920\times10^{-9}}{6\times10^{-9}} = 320[\mathrm{V}];\ V_{ac} = V_{ab} + V_{bc} = 320+160 = 480[\mathrm{V}]$ (3).

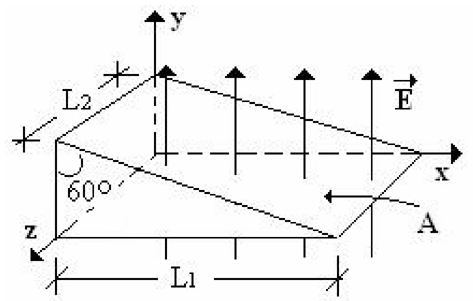
c) $U_T = \dfrac{1}{2}Q_T\,V_{ac};\quad Q_T = Q_1$ (3).

$U_T = 0.5\times1.92\times10^{-6}\times480 = 4.608\times10^{-4}[\mathrm{J}]$

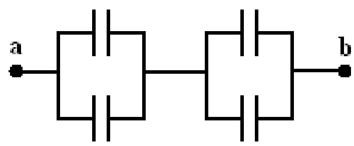
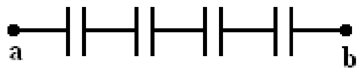
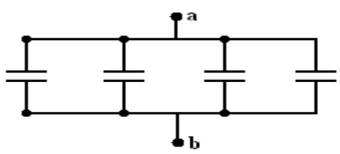
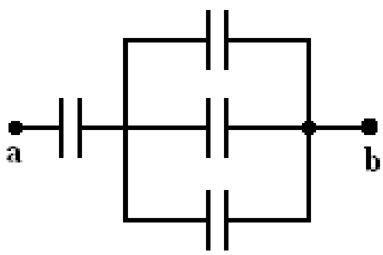
d) $V_{máx} = E_R \cdot d = 2\times10^{-6}\times1.77\times10^{-3} = 3540[\mathrm{V}]$ (3).

3. a) Considere una caja triangular con L_1=20 [cm] y L_2=15[cm] en un campo eléctrico uniforme $\vec{E} = 3.7\times10^{4}\,\hat{j}\left[\dfrac{N}{C}\right]$ como se muestra en la figura. Calcule el flujo eléctrico a través de la superficie inclinada (A).

Resultado:
$\phi_A = \iint_A \vec{E}\cdot d\vec{A} = \iint_A E\ dA\ \cos\alpha;\quad \text{donde}: \alpha = 30[°]$
$h = \dfrac{L_1}{\cos\theta} = \dfrac{0.2}{\cos 30} = 0.2309[\mathrm{m}]$
$\phi_A = (3.7\times10^{4})(0.15\times0.2309)\cos 30 = 1109.8\left[\dfrac{N\cdot m^2}{C}\right]$



4. a) Relacione las columnas para indicar cómo se deberían conectar cuatro capacitores de 2 [μF] cada uno, para que se tenga una capacitancia total entre los puntos **a** y **b**, de:

1). [C] C_T=8[μF]	 **(A)**
2). [A] C_T=2[μF]	 **(B)**
3). [D] C_T=1.5[μF]	 **(C)**
4). [B] C_T=0.5[μF]	 **(D)**

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS

COORDINACIÓN DE FÍSICA GENERAL Y QUÍMICA

DEPARTAMENTO DE ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO

SEMESTRE 2008-1

PRIMERA EVALUACIÓN SUMATIVA COLEGIADA

TIPO "B"

SOLUCIÓN

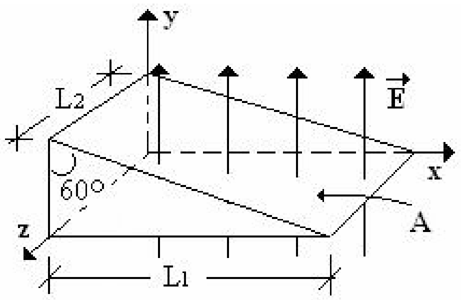
1. a) Considere una caja triangular con L_1=20 [cm] y L_2=15[cm] en un campo eléctrico uniforme $\vec{E} = 11.1 \times 10^4 \,\hat{j} \left[\frac{N}{C}\right]$ como se muestra en la figura. Calcule el flujo eléctrico a través de la superficie inclinada (A).

Resultado:

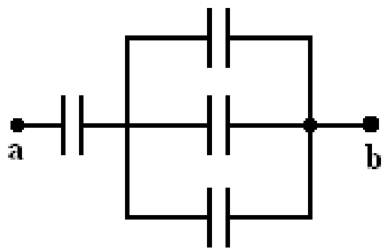
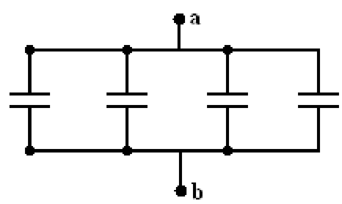
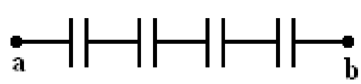
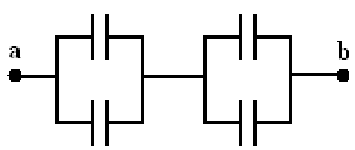
$$\phi_A = \iint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \iint_A E\, dA\, \cos\alpha; \quad \text{donde} : \alpha = 30[°]$$

$$h = \frac{L_1}{\cos\theta} = \frac{0.2}{\cos 30} = 0.2309[m]$$

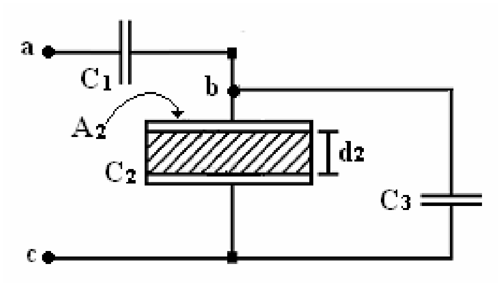
$$\phi_A = \left(11.1\times10^4\right)\left(0.15\times0.2309\right)\cos 30 = 3329.4 \cdot \left[\frac{N\cdot m^2}{C}\right]$$



2. a) Relacione las columnas para indicar cómo se deberían conectar cuatro capacitores de 2 [μF] cada uno, para que se tenga una capacitancia total entre los puntos **a** y **b**, de:

1). [B] C_T=8[μF]	(A) 
2). [D] C_T=2[μF]	(B) 
3). [A] C_T=1.5[μF]	(C) 
4). [C] C_T=0.5[μF]	(D) 

3. En la figura se muestran tres capacitores C_1=6 [nF], C_2 de placas planas y paralelas ($E_{RUP\,2} = 2\times10^{6}\left[\frac{V}{m}\right]$, $\varepsilon_2 = 35.4\times10^{-12}\left[\frac{C^2}{N\cdot m^2}\right]$, $A_2 = 4000\left[cm^2\right]$ y $d_2 = 1.77\left[mm\right]$) y C_3 = 4 [nF]. Cuando el arreglo de capacitores se conecta a una diferencia de potencial $V_{ac} > 0$ [V], la diferencia de potencial V_{bc} resulta ser de 120 [V]. Determine en unidades del SI:



a) [ ] La capacitancia de C_2 en [F].
1) 8×10^{-9}
2) 8×10^{-5}
3) 8×10^{-12}
4) 8×10^{-8}
5) Otro y el resultado es: ________________________

b) [ ] La diferencia de potencial aplicada V_{ac} en [V] si la carga en C_2 es Q_2=1.28 [μC]
1) 480
2) 293.3
3) 413.3
4) 360
5) Otro y el resultado es: ________________________

c) [ ] La energía total almacenada en [J] cuando la carga en C_1 es Q_1=1.92 [μC]
1) 2.59×10^{-4}
2) 4.61×10^{-4}
3) 3.8×10^{-6}
4) 4.09×10^{-4}
5) Otro y el resultado es: ________________________

d) [ ] La diferencia de potencial máxima en [V] que se puede aplicar al capacitor C_2.
1) 3540000
2) 1130×10^{6}
3) 1130×10^{3}
4) 3540
5) Otro y el resultado es: ________________________

a) $$C_2 = \frac{\varepsilon\cdot A_2}{d_2} = \frac{35.4\times10^{-12}\times0.4}{1.77\times10^{-3}} = 8\times10^{-9}[F]$$ (1).

b) $$v_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{0.96\times10^{-6}}{8\times10^{-9}} = 120\left[V\right] = V_3 = V_{bc}$$

$$Q_3 = C_3\cdot V_{bc} = 4\times10^{-9}\times120 = 480\times10^{-9}[C]$$

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 = 0.96\times10^{-6} + 480\times10^{-9} = 1.44\times10^{-6}[C]$$

$$V_{ab} = V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{1.44\times10^{-6}}{6\times10^{-9}} = 240[V];\ V_{ac} = V_{ab} + V_{bc} = 240 + 120 = 360[V]$$ (4).

c) $$U_T = \frac{1}{2}Q_T\,V_{ac};\quad Q_T = Q_1$$ (1).

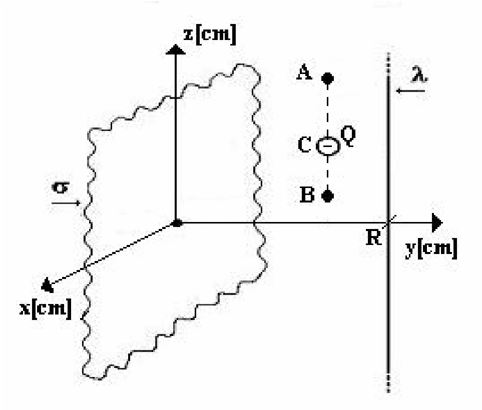
$$U_T = 0.5\times1.44\times10^{-6}\times360 = 2.59\times10^{-4}[J]$$

d) $$V_{máx} = E_R\cdot d = 2\times10^{-6}\times1.77\times10^{-3} = 3540\left[V\right]$$ (4).

4. En la figura se muestra el arreglo de tres cuerpos cargados: una superficie muy grande coincidente con el plano "xz" con $\sigma = 3.54\left[\frac{\mu C}{m^2}\right]$, una línea muy larga paralela al eje "z" y que pasa por el punto R (0,6,0) [cm] con $\lambda = 1\left[\frac{\mu C}{m}\right]$ y una carga puntual $Q = -60[nC]$ colocada en el punto C(0,3,3) [cm], determine en unidades del SI:

a) [ ] El vector fuerza eléctrica en [N] que actúa sobre la carga Q debido a la presencia de la línea y la superficie.

1) $-11.6\times10^{-3}\hat{j}$
2) $-48\times10^{-3}\hat{j}$
3) $48\times10^{-3}\hat{j}$
4) $24\times10^{-3}\hat{j}$
5) Otro y el resultado es: ______________________



b) [ ] El vector campo eléctrico en [N/C], en el punto A (0,3,6) [cm].

1) $1000\times10^{3}\hat{j}$
2) $(-400\times10^{3}\hat{j}+600\times10^{3}\hat{k})$
3) $(800\times10^{3}\hat{j}-600\times10^{3}\hat{k})$
4) $-1000\times10^{3}\hat{j}$
5) Otro y el resultado es:______________________

c) [ ] La diferencia de potencial V_{AB} en [V], donde B tiene como coordenadas (0,3,1) [cm].

1)9000
2)90
3)-90
4)-9000
5) Otro y el resultado es:______________________

d) [ ] El trabajo necesario en [J] para mover una carga q = -2 [μC] del punto A al punto B.

1) -18×10^{-3}
2) 1.8×10^{-4}
3) -1.8×10^{-4}
4) 18×10^{-3}
5) Otro y el resultado es:______________________

a) $\vec{F} = Q\vec{E}_C,\ \vec{E}_C = \vec{E}_{C\sigma} + \vec{E}_{C\lambda},$

$$\vec{E}_{C\lambda} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\lambda}{a}\left(-\hat{j}\right) = 9\times10^{9}\,\frac{2\left(1\times10^{-6}\right)}{0.03} = -600000\hat{j}\left[\frac{N}{C}\right];\ \vec{E}_{C\sigma} = \frac{\sigma}{2\cdot\varepsilon_0}\hat{j} = \frac{3.54\times10^{-6}}{2\left(8.85\times10^{-12}\right)}\hat{j} = 200000\hat{j}\left[\frac{N}{C}\right]$$

$$\vec{E}_C = 200\hat{j} - 600\hat{j} = -400\hat{j}\left[\frac{kN}{C}\right];\quad \therefore \vec{F} = -60\times10^{-9}(-400\hat{j}\times10^{3}) = 24\times10^{-3}\hat{j}\cdot[N].$$ (4)

b) $$\vec{E}_{AQ} = \frac{1}{4\pi\cdot\varepsilon_0}\frac{Q}{r_{AC}^2}\left(-\hat{k}\right) = 9\times10^{9}\,\frac{60\times10^{-9}}{0.03^2}\left(-\hat{k}\right) = -600000\hat{k}\left[\frac{N}{C}\right]$$

$$\vec{E}_A = \vec{E}_{AQ} + \vec{E}_{A\lambda} + \vec{E}_{A\sigma} = \left(-400\hat{j} - 600\hat{k}\right)\left[\frac{kN}{C}\right]$$ otro (5)

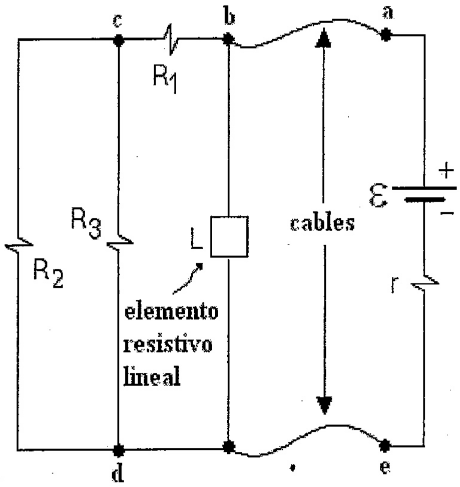
c) $V_{AB} = V_{AB\,Q} + V_{AB\,\lambda} + V_{AB\,\sigma}$; pero $V_{AB\,\lambda} = V_{AB\,\sigma} = 0$

$$V_{AB\,Q} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right] = 9\times10^{9}\left(-60\times10^{-9}\right)\left(\frac{1}{0.03} - \frac{1}{0.02}\right) = 9[kV]$$ (1)

d) $${}_{A}W_{B} = qV_{BA} = -2\times10^{-6}\left(-9\times10^{3}\right) = 18[mJ]$$ (4).

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE FÍSICA GENERAL Y QUÍMICA
DEPARTAMENTO DE ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO
SEMESTRE 2081-1
SEGUNDA EVALUACIÓN SUMATIVA COLEGIADA
TIPO " A "

1. El circuito mostrado en la figura se encuentra trabajando a una temperatura de 40 [°C]. El fabricante del elemento resistivo lineal "L" indica que tiene una potencia nominal de P_L=25 [W] y un voltaje nominal de V_L=10 [V]. Los cables indicados son de aluminio, de calibre AWG # 18 (d=1.02 [mm]), con una longitud de 5000 [cm] cada uno y resistividad a la temperatura de trabajo $\rho_{(40(°C))} = 30.62\times10^{-9}[\Omega\cdot m]$. Sabiendo que los valores de los elementos son: ε=24 [V], r ≈ 0 [Ω], R_1=2.4 [Ω], R_2=2 [Ω], R_3=8 [Ω], calcular en unidades del SI:



a) (   ) La resistencia en [Ω] de cada cable a la temperatura de trabajo.
   1) 187.3
   2) 1.873×10^{-4}
   3) 1.873×10^{-6}
   4) 1.873
   5) Otro y el resultado es:________________

b) (   ) La potencia en [W] a la que realmente está trabajando el elemento resistivo lineal "L".
   1) 4.06×10^{-3}
   2) 25
   3) 17.44
   4) 143.94
   5) Otro y el resultado es:________________

c) (   ) La diferencia de potencial en [V] en los extremos del resistor R_1
   1) 8.34
   2) 3.34
   3) 5.01
   4) 10
   5) Otro y el resultado es:________________

d) (   ) La corriente en [A], que circula por el resistor R_3.
   1) 0.625
   2) 1.2
   3) 0.4176
   4) 6.4×10^{-3}
   5) Otro y el resultado es:________________

1.a) La resistencia

$$Ra_{(40°C)} = \rho_{40°C}\frac{\ell}{A}$$

$$Ra_{(40°C)} = 30.62\times10^{-9}\frac{50}{8.17\times10^{-7}} = 1.873[\Omega] \qquad 4)$$

1.b) La potencia real a la que trabaja el dispositivo lineal "L".

$$R_{eq1} = \frac{R_2R_3}{R_2+R_3} + R_1 = 1.6 + 2.4 = 4[\Omega]$$

$$R_{eq2} = R_{eq1} // R_L = 2[\Omega]$$

$$R_{eqT} = R_{eq2} + 2R_a = 2 + 2(1.873) = 5.746[\Omega]$$

$$I_T = \frac{\varepsilon}{R_{eqT}} = \frac{24}{5.746} = 4.17[A]$$

$$V_L = R_{eq2} I_T = 2(4.17) = 8.34[V]$$

$$I_L = \frac{V_L}{R_L} = \frac{8.35}{4} = 2.085[A]$$

$$P_L = R_L I_L^2 = 4(2.085)^2 = 17.44[W]$$ 3) y no los 25[W] nominales.

1c) El voltaje en R_1.

$$V_1 = R_1 I_{eq1} = 2.4(2.085) = 5.01[V]$$ 3)

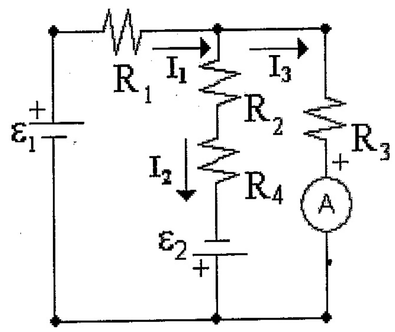
1d) La corriente en R_3.

$$V_{23} = V_2 = V_3 = V_{eq1} - V_1 = 8.34 - 5 = 3.34[V]$$

$$I_{R3} = \frac{V_3}{R_3} = \frac{3.34}{8} = 0.4176[A]$$ 3)

2. En el circuito eléctrico mostrado en la figura ε_2 =9 [V], R_1=6 [Ω], R_2=4 [Ω], R_3=10 [Ω], R_4=3 [Ω], si la corriente que mide el amperímetro ideal "A" es de 4 [A], determinar:
a) el valor de la fem ε_1 en [V].

$$\varepsilon_1 = 106\,[V]$$



2 a). El valor de la fem 1.

$$LCK \rightarrow I_1 - I_2 - I_3 = 0 \quad 1$$

$$LVK - D \rightarrow 10I_3 + 9 - 7I_2 = 0 \quad 2$$

$$LVK - I \rightarrow 7I_2 - 9 - \varepsilon_1 + 6I_1 = 0 \quad 3$$

De 2, dado que la corriente que mide el amperímetro es igual a I_3.

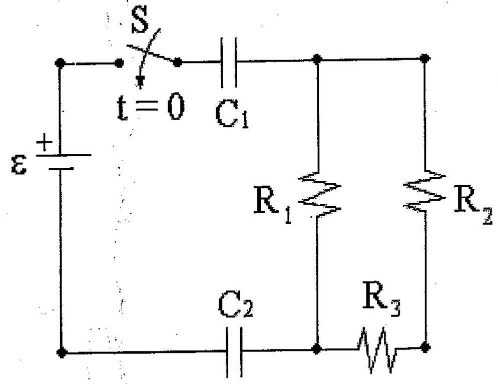
$$I_2 = \frac{9 + 10I_3}{7} = 7[A]$$

Sustituyendo en 1. $I_1 = 7 + 4 = 11[A]$

Sustituyendo en 3. $\varepsilon_1 = 6I_1 + 7I_2 - 9 = 106\,[V]$

3. En el cicuito mostrado ε = 24 [V], R_1=5 [kΩ], R_2=6 [kΩ]; R_3=14 [kΩ], $C_1 = 2[\mu F]$, $C_2 = 8[\mu F]$, determinar:
a) La carga almacenada, en [C], en el capacitor C_2 después de 10 [ms] de cerrar el interruptor S, sabiendo que en los capacitores la carga era nula en el momento del cierre.

$$Q_2 = 30.33\,[\mu C]$$



3.a) La carga en C_2.

$$R_{eT} = R_1 // (R_2 + R_3) = 5//(6+14) = \frac{5(20)}{5+20} = 4[k\Omega], \qquad C_{eT} = \frac{C_1 \times C_2}{C_1 + C_2} = \frac{2\times 8}{2+8} = 1.6[\mu F]$$

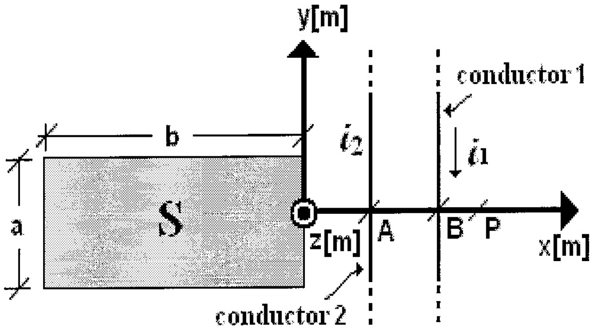
$$\tau = R_{eT}C_{eT} = 6.4\times 10^{-3}[s];\ V_{CeT(t=10[ms])} = \varepsilon\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = 24\left(1-e^{-\frac{10}{6.4}}\right) = 18.96[V]$$

$$Q_{CeT} = C_{eT}\cdot V_{CeT} = 30.33\times 10^{-6}[C] = Q_1 = Q_2$$

4. En la figura se muestran los conductores 1 y 2 paralelos entre sí colocados en el plano "xy", por los cuales circulan las corrientes eléctricas i_1 =100 [A] e i_2 respectivamente. El conductor 1 pasa por el punto B (1,0,0) [m] y el conductor 2 pasa por el punto A (0.5,0,0) [m]. Con base en el arreglo mostrado, determine:

a) ( ) El flujo magnético en $[\mu Wb]$ que atraviesa el área S, donde a= 1[m] y b=2 [m], debido solamente a los efectos de la corriente eléctrica i_1.

1) 10.986
2) 40.0
3) −10.986
4) 21.97
5) Otro y el resultado es ____________________



b) ( ) La intensidad de corriente eléctrica i_2 en [A] y su sentido de circulación, si la magnitud de la fuerza de repulsión en cada unidad de longitud que actúa sobre cada conductor es igual a $2.0\times 10^{-3}\left[\frac{N}{m}\right]$

1) 500 contrario al de i_1
2) 50 en el mismo sentido que i_1
3) 500 en el mismo sentido que i_1
4) 50 contrario al de i_1
5) Otro y el resultado es____________________

c) ( ) El campo magnético en $[\mu T]$, en el punto P (1.2,0,0) [m] debido a las corrientes eléctricas i_1 e i_2.

1) $114.2\ (\hat{k})$
2) $85.8\ (-\hat{k})$
3) $114.2\ (-\hat{k})$
4) $85.8\ (\hat{k})$
5) Otro y el resultado es:____________________

d) ( ) El vector velocidad en [m/s], con que se mueve un electrón, que al pasar por el punto P experimenta una fuerza $\vec{F} = 5\times 10^{-20}\,\hat{i}[N]$

1) $3642.2(-\hat{j})$
2) $2736.42(\hat{j})$
3) $3642.2(\hat{j})$
4) $2736.42(-\hat{j})$
5) Otro y el resultado es:____________________

4.a) El flujo que atraviesa S.

$$\phi = \int_{x1}^{x2} B(x)dS = \int_{x1}^{x2} \frac{\mu_0 i_1 \ell dx}{2\pi x} = \frac{\mu_0 i_1 \ell}{2\pi} \ln\frac{x_2}{x_1} = 21.97[\mu Wb] \qquad 4)$$

4.b) La intensidad de corriente eléctrica en el conductor 2.

$$\frac{F}{\ell} = i_1 \frac{\mu_0 i_2}{2\pi r};\Rightarrow i_2 = \left(\frac{F}{\ell}\right)\frac{2\pi r}{\mu_0 i_1} = \frac{2\times10^{-3}}{4\times10^{-5}} = 50[A] \quad \text{Contraria a } i_1 \qquad 4)$$

4.c) El campo magnético en el punto P.

$$\vec{B}_P = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi r_1}\hat{k} - \frac{\mu_0 i_2}{2\pi r_2}\hat{k} = 85.8\,\hat{k}\,[\mu T] \qquad 4)$$

4.d) La velocidad del electrón.

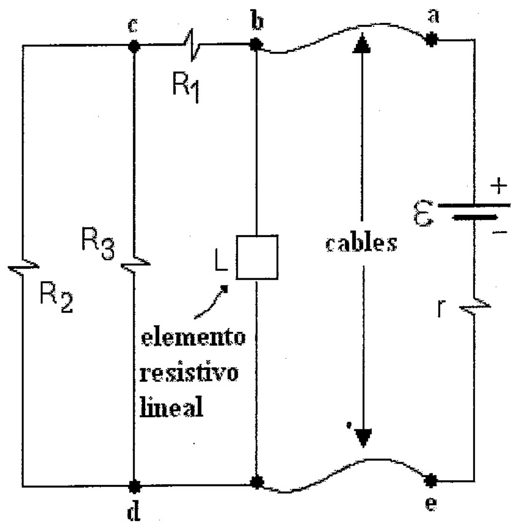
$$\vec{F} = q(\vec{v}\times\vec{B});\ \text{como hay } 90[°]$$

$$v = \frac{F}{qB} = 3642.2\left(\frac{m}{s}\right)$$

$$\vec{v} = 3642.2(-\hat{j})\left[\frac{m}{s}\right] \qquad 1)$$

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE FÍSICA GENERAL Y QUÍMICA
DEPARTAMENTO DE ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO
SEMESTRE 2081-1
SEGUNDA EVALUACIÓN SUMATIVA COLEGIADA
TIPO " B "

1. El circuito mostrado en la figura se encuentra trabajando a una temperatura de 40 [°C]. El fabricante del elemento resistivo lineal "L" indica que tiene una potencia nominal de P_L=25 [W] y un voltaje nominal de V_L=10 [V]. Los cables indicados son de aluminio, de calibre AWG # 18 (d=1.02 [mm]), con una longitud de 10000 [cm] cada uno y resistividad a la temperatura de trabajo $\rho_{(40(°C))} = 30.62\times10^{-9}[\Omega\cdot m]$. Sabiendo que los valores de los elementos son: ε =24 [V], r ≈ 0 [Ω], R_1=2.4 [Ω], R_2=2 [Ω], R_3=8 [Ω], calcular en unidades del SI:



a) ( ) La resistencia en [Ω] de cada cable a la temperatura de trabajo.
1) 374.7
2) 3.747×10^{-4}
3) 3.747
4) 3.747×10^{-6}
5) Otro y el resultado es:______________________

b) ( ) La potencia en [W] a la que realmente está trabajando el dispositivo "L".
1) 1.06×10^{-3}
2) 25
3) 143.89
4) 6.385
5) Otro y el resultado es:______________________

c) ( ) La diferencia de potencial en [V] en los extremos del resistor R_1
1) 6.38
2) 6.07
3) 2.02
4) 3.03
5) Otro y el resultado es:______________________

d) ( ) La corriente en [A], que circula por el resistor R_3.
1) 0.625
2) 1.2
3) 0.2527
4) 3.19×10^{-3}
5) Otro y el resultado es:______________________

1.a) La resistencia

$$Ra_{(40°C)} = \rho_{40°C}\frac{\ell}{A}$$

$$Ra_{(40°C)} = 30.62\times10^{-9}\,\frac{100}{8.17\times10^{-7}} = 3.747[\Omega] \qquad 3)$$

1.b) Potencia real a la que trabaja el dispositivo lineal "L".

$$R_{eq1} = \frac{R_2R_3}{R_2+R_3} + R_1 = 1.6 + 2.4 = 4[\Omega]$$

$$R_{eq2} = R_{eq1} // R_L = 2[\Omega]$$

$$R_{eqT} = R_{eq2} + 2R_a = 2 + 2(3.747) = 9.496[\Omega]$$

$$I_T = \frac{\varepsilon}{R_{eqT}} = \frac{24}{9.496} = 2.53[A]$$

$$V_L = R_{eq2} I_T = 2(2.53) = 5.05[V]$$

$$I_L = \frac{V_L}{R_L} = \frac{5.05}{4} = 1.26[A]$$

$$P_L = R_L I_L^2 = 4(1.26)^2 = 6.38[W]$$ 4) y no los 25[W] nominales.

1c) El voltaje en R_1.

$$V_1 = R_1 I_{eq1} = 2.4(1.26) = 3.032[V]$$ 4)

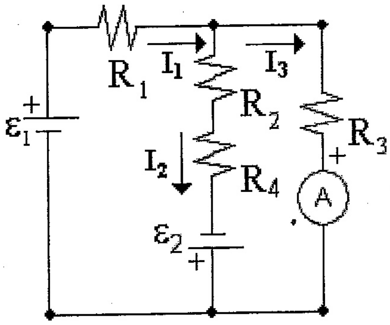
1d) La corriente en R_3.

$$V_{23} = V_2 = V_3 = V_{eq1} - V_1 = 5.05 - 3.032 = 2.02[V]$$

$$I_{R3} = \frac{V_3}{R_3} = \frac{2.02}{8} = 0.252[A]$$ 3)

2. En el circuito eléctrico mostrado en la figura ε_2 =9 [V], R_1=6 [Ω], R_2=4 [Ω], R_3=10 [Ω], R_4=3 [Ω], si la corriente que mide el amperímetro ideal "A" es de 0.5 [A], determinar:
a) el valor de la fem ε_1 en [V].

$$\varepsilon_1 = 20\,[V]$$



2 a). El valor de la fem 1.

$$LCK \rightarrow I_1 - I_2 - I_3 = 0 \qquad 1$$

$$LVK - D \rightarrow 10I_3 + 9 - 7I_2 = 0 \qquad 2$$

$$LVK - I \rightarrow 7I_2 - 9 - \varepsilon_1 + 6I_1 = 0 \qquad 3$$

De 2, dado que la corriente que mide el amperímetro es igual a I_3.

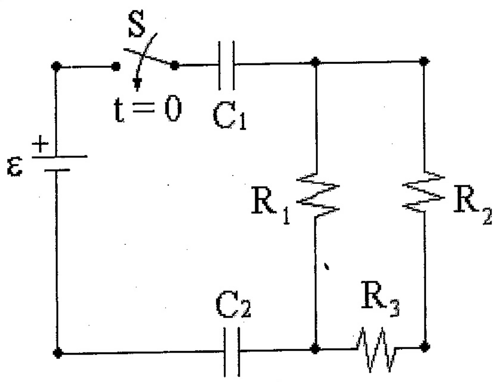
$$I_2 = \frac{9 + 10I_3}{7} = 2[A]$$

Sustituyendo en 1. $I_1 = 2 + 0.5 = 2.5[A]$

Sustituyendo en 3. $\varepsilon_1 = 6I_1 + 7I_2 - 9 = 20[V]$

3. En el circuito mostrado ε = 24 [V], R_1=10 [kΩ], R_2=12 [kΩ]; R_3=28 [kΩ], $C_1 = 4[\mu F]$ y $C_2 = 8[\mu F]$, determinar:
a) La carga almacenada en [C] en el capacitor C_2 después de 10 [ms] de cerrar el interruptor S, sabiendo que en los capacitores la carga era nula en el momento del cierre.

$$Q_2 = 23.9\,[\mu C]$$



3.a) La carga en C_2.

$$R_{eT} = R_1 //(R_2 + R_3) = 10//(12+28) = \frac{10(40)}{10+40} = 8[k\Omega];\; C_{eT} = \frac{C_1 \times C_2}{C_1 + C_2} = \frac{4\times 8}{4+8} = 2.67[\mu F]$$

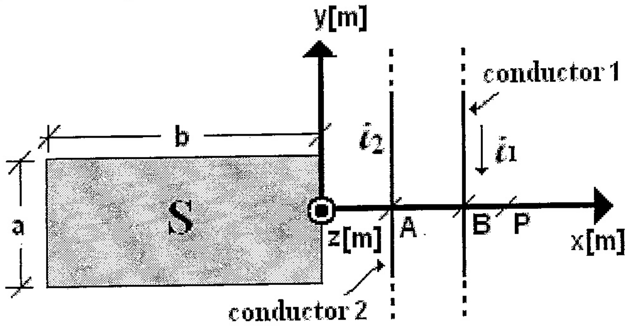
$$\tau = R_{eT}C_{eT} = 2.13\times 10^{-2}[s];\; V_{CeT(t=10[ms])} = \varepsilon\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = 24\left(1-e^{-\frac{10}{21.3}}\right) = 8.98[V]$$

$$Q_{CeT} = C_{eT}\cdot V_{CeT} = 2.39\times 10^{-5}[C] = Q_1 = Q_2$$

4. En la figura se muestran los conductores 1 y 2 paralelos entre sí colocados en el plano "xy", por los cuales circulan las corrientes eléctricas $i_1 = 50$ [A] e i_2 respectivamente. El conductor 1 pasa por el punto B (1,0,0) [m] y el conductor 2 pasa por el punto A (0.5,0,0) [m]. Con base en el arreglo mostrado, determine:

a) ( ) El flujo magnético en $[\mu Wb]$ que atraviesa el área S, donde a= 1[m] y b=2 [m], debido solamente a los efectos de la corriente eléctrica i_1.

1) -1.0986
2) 5.49
3) 10.986
4) -54.9
5) Otro y el resultado es ______________



b) ( ) La intensidad de corriente eléctrica i_2 en [A] y su sentido de circulación, si la magnitud de la fuerza de repulsión en cada unidad de longitud que actúa sobre cada conductor es igual a $2.0\times 10^{-3}\left[\frac{N}{m}\right]$

1) 1000 contrario al de i_1
2) 100 en el mismo sentido que i_1
3) 1000 en el mismo sentido que i_1
4) 100 contrario al de i_1
5) Otro y el resultado es______________________________

c) ( ) El campo magnético en $[\mu T]$, en el punto P (1.2,0,0) [m], debido a las corrientes eléctricas i_1 e i_2.

1) $21.43\,(-\hat{k})$
2) $78.6\,(-\hat{k})$
3) $21.43(\hat{k})$
4) $78.6\,(\hat{k})$
5) Otro y el resultado es:______________________________

d) ( ) El vector velocidad en [m/s] con que se mueve un electrón, que al pasar por el punto P experimenta una fuerza $\bar{F} = 5\times 10^{-20}\,\hat{i}[N]$

1) $14583\,(\hat{j})$
2) $3980\,(\hat{j})$
3) $14583\,(-\hat{j})$
4) $3980\,(-\hat{j})$
5) Otro y el resultado es:______________________________

4.a) El flujo que atraviesa S.

$$\phi = \int_{x1}^{x2} B(x)dS = \int_{x1}^{x2} \frac{\mu_0\, i_1\, \ell\, dx}{2\pi x} = \frac{\mu_0\, i_1\, \ell}{2\pi} \ln\frac{x_2}{x_1} = 10.986[\mu Wb]$$ 3)

4.b) La intensidad de corriente eléctrica en el conductor 2.

$$\frac{F}{\ell} = i_1 \frac{\mu_0\, i_2}{2\pi r};\Rightarrow i_2 = \left(\frac{F}{\ell}\right)\frac{2\pi r}{\mu_0\, i_1} = \frac{2\times10^{-3}}{2\times10^{-5}} = 100[A]$$ contraria a i_1 4)

4.c) El campo magnético en el punto P.

$$\vec{B}_P = \frac{\mu_0\, i_1}{2\pi r_1}\hat{k} - \frac{\mu_0\, i_2}{2\pi r_2}\hat{k} = 21.43\hat{k}[\mu T]$$ 3)

4.d) La velocidad del electrón.

$\vec{F} = q(\vec{v}\times\vec{B})$; como hay $90[°]$

$$v = \frac{F}{qB} = 14583\left(\frac{m}{s}\right)$$

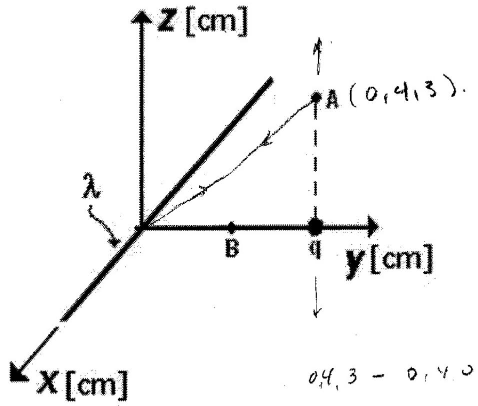
$$\vec{v} = 14583(-\hat{j})\left[\frac{m}{s}\right]$$ 3)

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE FÍSICA GENERAL Y QUÍMICA
DEPARTAMENTO DE ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO
SEMESTRE 2008-1
SEGUNDO FINAL
TIPO "M"
SOLUCIÓN

INSTRUCCIONES: El tiempo máximo para la resolución del examen es **2.5** horas.
No se permite la consulta de documento alguno.
Cada problema tiene un valor de 20 puntos.
Resolver 5 de 6 problemas.

1. Para el arreglo de línea muy larga coincidente con el eje "x" $\lambda = -5\left[\frac{nC}{m}\right]$ y carga puntual $q = 0.2[nC]$ de la figura calcule:

   a) El vector intensidad de campo eléctrico en el punto A (0,4, 3) [cm].
   b) La fuerza eléctrica que actúa sobre la carga "q".
   c) La diferencia de potencial V_{AB}, donde B (0,2,0) [cm].
   d) El trabajo necesario para colocar la carga "q" en el punto B.



Solución

a) $\vec{E}_A = \vec{E}_{A\lambda} + \vec{E}_{Aq} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{2\lambda}{r}\right)\hat{r} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{r^2}\right)\hat{r}$

$\vec{E}_A = 1.8\times10^3\left(-\frac{4}{5}\hat{j}-\frac{3}{5}\hat{k}\right)+2\times10^3\hat{k} = \left(-1440\hat{j}+920\hat{k}\right)\left[\frac{V}{m}\right]$

b) $\vec{F}_q = q\vec{E}_q = \left(0.2\times10^{-9}\right)\left(\frac{9\times10^9\times2\times5\times10^{-9}}{0.04}\left(-\hat{j}\right)\right) = -4.5\times10^{-7}\hat{j}\,[N]$

c) $V_{AB} = V_{AB\lambda} + V_{ABq} = \left(\frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0}2\lambda\ln\frac{r_B}{r_A}\right) + \frac{q}{4\pi\,\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_{qA}}-\frac{1}{r_{qB}}\right)$

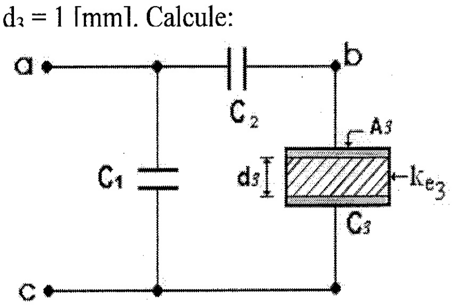
$V_{AB} = \left(9\times10^9\times2\times5\times10^{-9}\ln\frac{2}{5}\right) + \left(9\times10^9\times0.2\times10^{-9}\right)\left(\frac{1}{3\times10^{-2}}-\frac{1}{2\times10^{-2}}\right),$

$V_{AB} = -82.466 - 30.6 = 113.066[V]$

d) ${}_qW_B = qV_{Bq\lambda} = q\left(\frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0}2\lambda\ln\frac{r_q}{r_B}\right) = 0.2\times10^{-9}\times62.383 = 12.477\times10^{-9}[J]$

2. Para el arreglo de capacitores mostrado si el capacitor C_3 es de placas planas y paralelas con un área A_3=100 [cm^2] y una distancia de separación de las placas d_3 = 1 [mm]. Calcule:

   a) La permitividad relativa, ke_3, del dieléctrico del capacitor C_3 si su capacitancia es de 1 [nF].
   b) La capacitancia de C_1, si la energía total que almacena el arreglo es de 10 [μJ]. Considere que la diferencia de potencial Vac = 100 [V] y C_2 = C_3.



c) La diferencia de potencial entre los extremos del capacitor C_2 si su capacitancia fuese de 10 [nF], $C_1 = 2$ [nF], $C_3 = 1$ [nF] y Vac = 100 [V].

d) La carga inducida en la cara superior del dieléctrico C_3, si dicho capacitor soporta una diferencia de potencial máxima de 100 [V] sin dañarse.

Solución.

a) $ke_3 = \dfrac{C_3 A_3}{\varepsilon_0 d_3} = 11.3$

b) $U_T = (C_{ac})\dfrac{V_{ac}^2}{2}$; $\quad U_T = \left(C_1 + \dfrac{C_2 C_3}{C_2 + C_3}\right)\dfrac{V_{ac}^2}{2}$

$$C_1 = \frac{2U_T}{V_{ac}^2} - \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3} = \frac{2(10\times10^{-6})}{100^2} - 0.5\times10^{-9} = 1.5\times10^{-9}[F]$$

c) $Q_2 = Q_3 = Q_{23} = C_{23}V_{ac} = \left(\dfrac{C_2 C_3}{C_2 + C_3}\right)V_{ac} = 90.0\times10^{-9}[C]$, $\qquad V_{ab} = \dfrac{Q_2}{C_2} = 9.09[V]$

d) $|q_{i3}| = \varepsilon_0(k_{e3} - 1)E_3 V_3 = 8.85\times10^{-12}(11.3-1)(100\times10^3)(100\times10^{-4}) = 91.15\times10^{-9}[C]$

$q_{i3} = -91.15\times10^{-9}[C]$

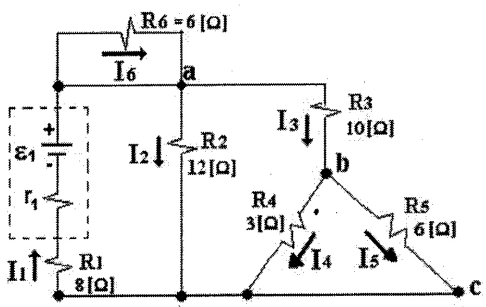
3. Para el circuito eléctrico mostrado, determine:

a) Los valores de las corrientes eléctricas I_1, I_2, I_3, I_4, I_5 e I_6.

b) La diferencia de potencial Vac.

c) La energía que se transforma en calor, en 2 [minutos] en el resistor R_4.

d) La energía entregada por la fuente ε_1 al resto del circuito en un lapso de 2 [minutos].



Datos:

$\varepsilon_1 = 32$ [V]; $\quad r_1 = 2$ [Ω]; $\quad R_1 = 8$ [Ω] $\quad R_2 = 12$ [Ω]

$R_3 = 10$ [Ω]; $\quad R_4 = 3$ [Ω]; $\quad R_5 = 6$ [Ω]; $\quad R_6 = 6$ [Ω]

Solución.

a) Reduciendo el circuito se tiene

$$R_{eqT} = 10 + \frac{12\times12}{12+12} = 16[\Omega]$$

$$I_T = I_1 = \frac{\varepsilon}{R_{eqT}} = \frac{32}{16} = 2[A],\ V_{ac} = 6\times2 = 12[V],\ \ I_2 = I_3 = \frac{12}{12} = 1[A]$$

$$V_{bc} = 2\times1 = 2[V],\quad I_4 = \frac{V_{bc}}{R_4} = \frac{2}{3} = 0.667[A],\quad I_5 = \frac{V_{bc}}{R_5} = \frac{2}{6} = 0.333[A],\quad I_6 = 0[A]$$

b) $V_{ac} = 6\times2 = 12[V]$

c) $U_4 = R_4 I_4^2 t = 3\times(0.667)^2(2)(60) = 160.16[J]$

d) $U_{\varepsilon1} = \left[\varepsilon_1 I_1 - r_1 (I_1)^2\right]t = \left[36(2) - 10(2)^2\right](2)(60) = 3840[J]$

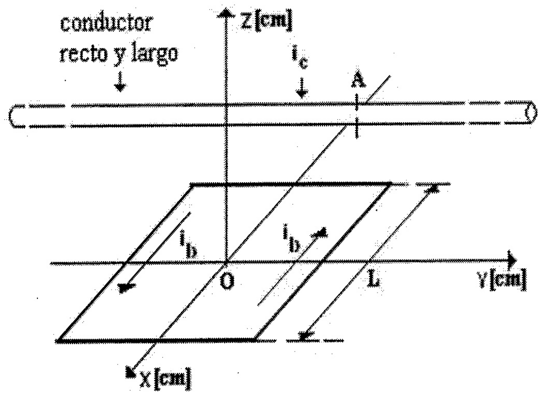
4. En la figura ae muestra una bobina cuadrada de lado L=4 [cm] cuyo eje coincide con el eje "Z", tiene 20 [vueltas] y se encuentra en el plano "XY" junto con un conductor recto y largo que cruza el eje "X" en el punto A (-4,0,0) [cm]. Calcule:

a) El vector campo magnético en el origen si $i_C = 0[A]$ e $i_b = 0.2[A]$ con el sentido indicado.

b) La magnitud y sentido de la corriente en el conductor recto para que el campo total en el origen sea cero, si $i_b = 0.2[A]$ en el sentido mostrado

c) La fuerza magnética sobre el lado de la bobina más cercano al conductor si $i_C = 20[A]$ hacia la derecha e $i_b = 0.2[A]$ en el sentido mostrado

d) El flujo magnético a través de la bobina si $i_C = 20[A]$ hacia la derecha e $i_b = 0[A]$



Solución.

a) $\vec{B}_O = \left(\dfrac{2\sqrt{2}\,\mu_0 N i_b}{\pi L}\right) = \left(\dfrac{2\sqrt{2}\times 4\times10^{-7}\times 20\times 0.2}{0.04}\right)\hat{k} = 1.13\times10^{-4}\hat{k}[T]$

b) $1.13\times10^{-4} = \dfrac{\mu_0 i_C}{2\pi(0.04)};\quad i_C = 22.6[A]$, hacia la derecha

c) $F_1 = N i_b L B = 20(0.2)(0.04)\left(\dfrac{4\pi\times10^{-7}\times 20}{2\pi\times 0.02}\right) = 3.2\times10^{-5}[N]$

d) $\phi = \dfrac{\mu_0 i_C L}{2\pi}\ln\dfrac{6}{2} = \dfrac{4\pi\times10^{-7}\times 20\times 0.04}{2\pi}\ln\dfrac{6}{2} = 0.176\times10^{-6}[Wb]$

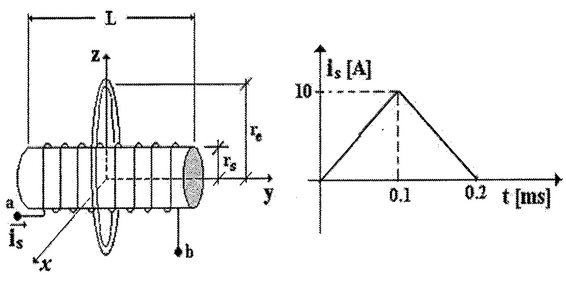
5. Se tiene un solenoide de radio $r_s = 1[cm]$, longitud L= 0.2546 [m] y 1000 [vueltas] sobre el cual se ha colocado una espira circular de radio $r_e = 2.2[cm]$ cuyo eje coincide con el eje "y" tal y como se muestra en la figura. Determine:

a) El valor de la corriente que fluye por el solenoide si la magnitud del campo magnetico en el centro del mismo es $B = 23.524\times10^{-4}[T]$.

b) La fem inducida en la espira para el intervalo $0 \le t \le 0.1[ms]$ cuando la corriente eléctrica en el solenoide se muestra en la figura

c) El sentido de la corriente inducida en la espira (en el mismo sentido o contrario a las manecillas del reloj) para el intervalo $0 \le t \le 0.1[ms]$

d) La fem inducida en la espira para el intervalo $0.1[ms] \le t \le 0.2[ms]$ cuando la corriente eléctrica en el solenoide se muestra en la figura



Solución.

a) $B = \dfrac{\mu_0 N i_s}{L};\rightarrow i_s = \dfrac{BL}{u_0 N} = \dfrac{23.524\times10^{-4}\times 0.2546}{4\pi\times10^{-7}\times1000} = 0.4766[A]$

b) $\varepsilon\Big|_{0\le t\le 0.1[s]} = N_e \frac{d\phi}{dt} = N_e \frac{d}{dt}\frac{\mu_0 N i_s}{L} A_s = \frac{\mu_0 N_e N_s A_s}{L}\frac{di_s}{dt}$

$$\varepsilon\Big|_{0\le t\le 0.1[s]} = \frac{4\pi\times10^{-7}(1)(1000)\left(3.1416\times\left(1\times10^{-2}\right)^2\right)}{0.2546}\left(\frac{10}{0.1\times10^{-3}}\right) = 0.155[V]$$

c) La corriente inducida en la espira tiene sentido contrario a la manecillas del reloj.

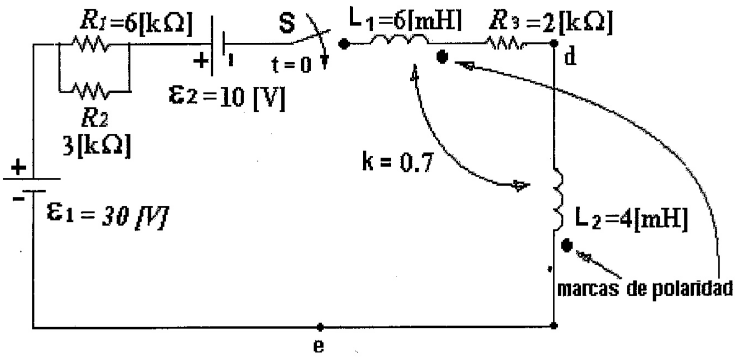
d) $\varepsilon\Big|_{0.1\le t\le 0.2[s]} = \frac{4\pi\times10^{-7}(1)(1000)\left(3.1416\times\left(1\times10^{-2}\right)^2\right)}{0.2546}\left(\frac{0-10}{(0.2-0.1)\times10^{-3}}\right) = -0.155[V]$

6. En el circuito de la figura el interruptor "S" se cierra en $t = 0$ [s]. Obtener:

a) El circuito mínimo equivalente
b) La corriente por el circuito para $t = 2\tau_L$ [s].
c) La energía almacenada en el inductor equivalente para $t = 2\tau_L$[s].
d) La diferencia de potencial V_{de} para $t = 2\tau_L$[s].

Datos:

$\varepsilon_1 = 30$ [V];	$\varepsilon_2 = 10$ [V];
$R_1 = 6$ [kΩ];	$R_2 = 3$ [kΩ];
$R_3 = 2$ [kΩ];	$L_1 = 6$ [mH];
$L_2 = 4$ [mH]	



Solución

a) Al reducir los elementos se tiene $\varepsilon_{eqT} = 20[V]$, $R_{eqT} = 4[k\Omega]$ y $L_{eqT} = 16.86[mH]$

ya que $L_{eqT} = L_1 + L_2 + 2\left(k\sqrt{L_1\times L_2}\right) = 6 + 4 + 2(3.43) = 16.86[mH]$

b) $i_L\Big|_{t=2\tau} = \frac{\varepsilon_{eqT}}{R_{eqT}}\left(1 - e^{-\frac{t}{2\tau}}\right) = \frac{20}{4\times10^3}\left(1-e^{-2}\right) = 5\times10^{-3}(0.8647) = 4.32\times10^{-3}[A]$

c) $U = \frac{1}{2}L_{eqT}i^2_{L|_{t=2\tau}} = (0.5)\left(16.28\times10^{-3}\right)\left(4.32\times10^{-3}\right)^2 = 1.52\times10^{-7}[J]$

d) $V_{de} = \frac{L_2 + M}{L_{eqT}}\varepsilon_{eqT}\, e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{4\times10^{-3} + 6.86\times10^{-3}}{16.86\times10^{-3}}(20)(0.135) = 1.74[V]$

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE FÍSICA GENERAL Y QUÍMICA
DEPARTAMENTO DE ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO
SEMESTRE 2008-1

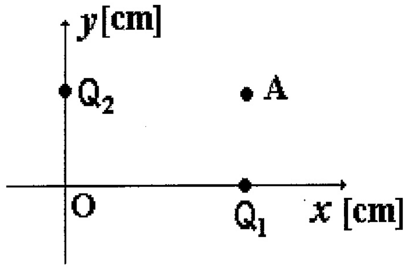
SEGUNDO FINAL

TIPO "V"

SOLUCIÓN

INSTRUCCIONES: El tiempo máximo para la resolución del examen es **2.5** horas.
No se permite la consulta de documento alguno.
Cada problema tiene un valor de 20 puntos. Resolver 5 de 6.

1. Se tienen dos cargas eléctricas puntuales Q_1 (4, 0) [cm] y Q_2 (0,3) [cm] como se muestra en la figura. Si $\vec{E}_{01} = -56.25\times10^6\,\hat{i}\left[\frac{N}{C}\right]$ y $V_{02} = 6\times10^6\,[V]$, Determine:
   a) El valor y signo de la carga Q_1.
   b) El valor y signo de la carga Q_2.
   c) La fuerza eléctrica $\vec{F}_{12}$.
   d) La diferencia de potencial V_{AO}. Donde A (4,3) [cm].



Solución

a) $E_{01} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1}{r_{01}^2}, \quad \rightarrow \quad Q_1 = \frac{56.26\times10^6\times(0.04)^2}{9\times10^9} = 10\times10^{-6}[C]$. Debe ser positiva.

b) $V_{O2} = \frac{kQ_2}{r} = 6\times10^6[V], \quad Q_2 = \frac{6\times10^6(0.03)}{9\times10^9} = 20\times10^{-6}[C]$. Debe ser positiva.

c) $\vec{F}_{12} = k\frac{Q_1Q_2}{r_{12}^2}\hat{r} = \frac{9\times10^9(10\times10^{-6})(20\times10^{-6})}{(5\times10^{-2})^2}\left(\frac{4}{5}\hat{i} - \frac{3}{5}\hat{j}\right)$

$\vec{F}_{12} = (460.8\hat{i} - 345.6\hat{j})[N]$

d) $V_{A=} = V_A - V_O;\; V_A = V_{A1} + V_{A2} = \frac{(9\times10^9)(10\times10^{-6})}{0.03} + \frac{(9\times10^9)(20\times10^{-6})}{0.04}$

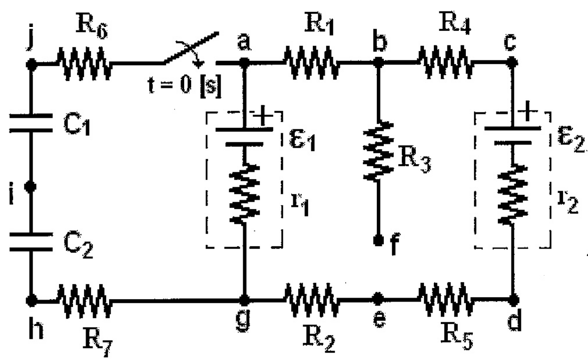
$V_A = (3+4.5)\times10^6 = 7.5\times10^6[V]; \quad V_O = V_{O1} + V_{O2} = \frac{(9\times10^9)(10\times10^{-6})}{0.04} + \frac{(9\times10^9)(20\times10^{-6})}{0.03}$

$V_O = 8.25\times10^6[V];\; V_{AO} = 7.5\times10^6 - 8.25\times10^6 = -750\times10^3[V]$

2. La figura muestra un circuito eléctrico con $\varepsilon_1 = 30[V], r_1 = 1[\Omega]$, $\varepsilon_2 = 20[V], r_2 = 1[\Omega]$, $R_1 = R_3 = R_5 = 20\,[\Omega]$, $R_2 = R_4 = 10[\Omega]$, $R_6 = 10[k\Omega]$, $R_7 = 20[k\Omega]$, $C_1 = 10[\mu F]$ y $C_2 = 20[\mu F]$. Con base en ello determine:
   a) La diferencia de potencial entre los puntos **f** y **e**, es decir, V_{fe}.
   b) La energía que recibe o suministra al circuito la fem ε_2 en 10 [min].

   Si el interruptor se cierra en t=0 [s] y los capacitores se encuentran sin carga, determine para t= 600 [ms].

   c) La diferencia de potencial entre los puntos a y j, es decir V_{aj}.
   d) La energía almacenada por C_1.



a) $R_1I_1 + R_4I_4 + \varepsilon_2 + r_2I_1 + R_5I_1 + R_2I_1 + r_1I_1 - \varepsilon_1 = 0$; $I_1(20+10+1+20+10+1) = 30-20$

$I_1 = \frac{10}{62} = 0.1613[A]$; $V_{fe} = I_1(R_4 + r_2 + R_5) + \varepsilon_2 = 0.1613(31) + 20 = 25[V]$

b) La fuente recibe energía. $U = VIt = 20 \times 0.1613 \times 60 \times 10 = 1935.6[J]$

c) Para cuando se cierra el interruptor

$$R_{eq} = R_6 + R_7 = 30\times10^3[\Omega],\ C_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}} = \frac{1}{\frac{1}{10}+\frac{1}{20}} = 6.66\times10^{-6}[F]$$

$\tau = 200[ms]$; y como $t = 600[ms]$ $t = 3\tau$

$$V_c(t) = \varepsilon\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = 30(1-e^{-3}) = 28.5[V];$$

$$i_c(t) = \frac{\varepsilon}{R}\left(e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \frac{30}{30\times10^{-3}}(e^{-3}) = 49.78\times10^{-3}[A]$$

$$V_{aj} = R_e \cdot i(t) = (10\times110^3)(49.78\times10^{-6}) = 497.87\times10^{-3}[V]$$

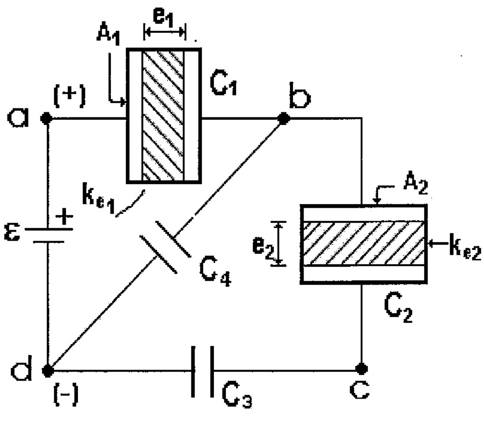
d) La energía almacenada por C_1.

$$Q_{eq} = C_{eq}V_c(t) = (6.66\times10^{-6})(28.5) = 189.81\times10^{-6}$$

$$V_{c1} = \frac{Q_{eq}}{C_1} = \frac{189.81\times10^{-6}}{10\times10^{-6}} = 18.98[V]$$

$$U = \frac{1}{2}CV^2 = (0.5)(10\times10^{-6})(19)^2 = 1.8\times10^{-3}[J]$$

3. La figura muestra un circuito con capacitores. El capacitor C_1 y C_2 son de placas planas y paralelas con las siguientes características: $A_1 = 1000$ [cm^2], e_1=1[mm], k_1=10, A_2=0.1 [m^2], e_2=0.001[m] y k_2 =5, C_3=5[nF], C_4 = 20 [nF] y ε=20 [V]. Con base en ello determine:
   a) El capacitor equivalente entre los puntos a y d, es decir, C_{ad}.
   b) El voltaje en el capacitor C_2.
   c) La energía almacenada por el capacitor C_4.
   d) La carga en el capacitor C_3.



Solución

$$a)\ C_1 = \frac{A_1\varepsilon_0k_1}{e_1} = \frac{(0.1)(8.85\times10^{-12})(10)}{1\times10^{-3}} = 8.85\times10^{-9}[F]$$

$$C_2 = \frac{A_2\varepsilon_0k_2}{e_2} = \frac{(0.1)(8.85\times10^{-12})(5)}{1\times10^{-3}} = 4.425\times10^{-9}[F]$$

$$C_{bd} = C_4 + C_{eqC2C3} = 20 + 2.3474 = 22.347[nF]$$

$$C_{ad} = \frac{1}{\frac{1}{8.85}+\frac{1}{22.347}} = 6.3394[nF]$$

$$b)\ Q_{eq} = (6.3394\times10^{-9})(20) = 126.78\times10^{-9}[C]$$

$$V_{c4} = \frac{Q_{e1}}{C_4} = \frac{126.78\times10^{-9}}{22.3473\times10^{-9}} = 5.673[V]$$

$Q_{C23} = (2.3474\times10^{-9})(5.673) = 13.31\times10^{-9}$, $\quad V_{C2} = \dfrac{13.31\times10^{-9}}{4.425\times10^{-9}} = 3[V]$

c) $U_{C4} = \dfrac{1}{2}CV^2 = (0.5)(20\times10^{-9})(5.673)^2 = 321.82\times10^{-9}[J]$

d) $Q_{C3} = 13.3168\times10^{-9}[C]$

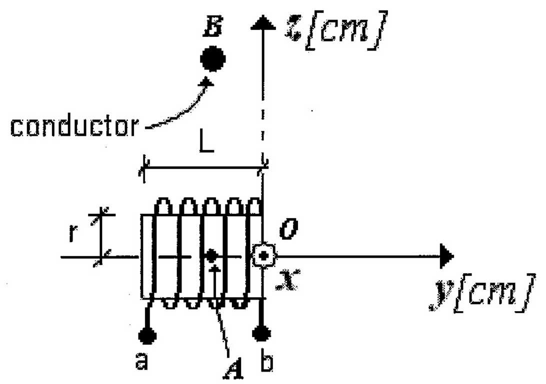
4. La figura muestra un solenoide largo cuyo eje es coincidente con la parte negativa del eje "y" con radio r= 2 [cm], longitud L=20[cm], 2000 [vueltas] y $\mu = \dfrac{100}{\pi}\mu_0$. También se muestra un conductor recto muy largo perpendicular al plano "yz" que pasa por el punto B(0,-10,52) [cm]. Si inicialmente la corriente en el conductor recto es nula, obtener:

a) La magnitud y sentido de la corriente en el devanado del solenoide si el vector de campo magnético en el punto A(0,-10,0) [cm] es $\vec{B}_A = -0.8\hat{j}[T]$.

b) El vector de campo magnético en el punto O (0, 0, 0) [cm].

c) El flujo magnético a través de la sección transversal del solenoide.

d) La magnitud y el sentido de la corriente en el conductor recto que anule el campo magnético en el punto A.



Solución

a) $\vec{B}_A = \dfrac{\mu N i_s}{L}(-\hat{j}) = \dfrac{100\times4\pi\times10^{-7}(2000)i_s}{\pi\times0.2} = -0.8\hat{j}[T]$

$i_s = \dfrac{0.16}{0.08} = 2\,[A]$. La corriente en el solenoide entra por el nodo "a" y sale por el nodo "b".

b) $\vec{B}_0 = \dfrac{\vec{B}_A}{2} = \dfrac{-0.8\,\vec{j}}{2} = -0.4\,\hat{j}[T]$

c) $\phi = BA = 0.8\times\pi\times0.02^2 = 1.005\times10^{-3}[Wb]$

d) La corriente en el conductor debe tener el sentido positivo del eje "x".

$B_{CA} = \dfrac{\mu_0 i_C}{2\pi\, r} = 0.8;\quad 4\times10^{-7}i_C = 0.8,\quad i_C = 2\times10^{6}[A]$

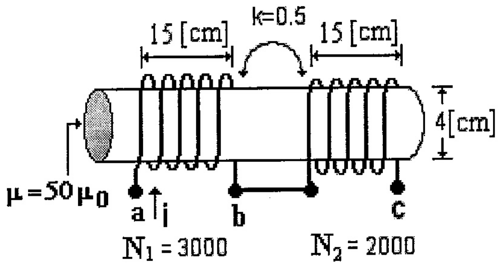
5. La figura muestra dos solenoides devanados en el mismo núcleo con permeabilidad $\mu = 50\mu_0$. De acuerdo con los datos señalados, obtener:

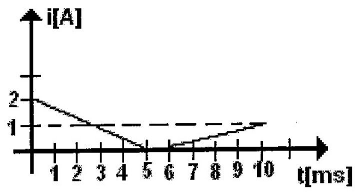
a) Las inductancias L_1 y L_2.

b) La inductancia mutua.

c) La diferencia de potencial entre los puntos "a" y "c ", es decir, Vac para $0 \le t \le 5[ms]$

d) La diferencia de potencial entre los puntos "a" y "b ", es decir, Vab para $6 \le t \le 10[ms]$





a)

$$L_1 = \frac{\mu N_1^2 A_1}{\ell_1} = \frac{50\times 4\times\pi\times 10^{-7}(3000)^2\times\pi\times(2\times10^{-2})^2}{0.15} = 4.739[\mathrm{H}]$$

$$L_2 = \frac{\mu N_2^2 A_2}{\ell_2} = \frac{50\times 4\times\pi\times 10^{-7}(2000)^2\times\pi\times(2\times10^{-2})^2}{0.15} = 2.106[\mathrm{H}]$$

b) $M = k\sqrt{L_1 L_2} = 0.5\sqrt{4.739\times 2.106} = 1.58[\mathrm{H}]$

c)

$$\varepsilon\big|_{0\le t\le 5[\mathrm{ms}]} = -L_{eq}\frac{di}{dt} = -10.005\times\frac{(0-2)}{(5-0)\times10^{-3}} = 4002[\mathrm{V}]$$

$$Vac\big|_{0\le t\le 5[\mathrm{ms}]} = 4002[\mathrm{V}]$$

d)

$$\varepsilon\big|_{6\le t\le 10[\mathrm{ms}]} = -L_1\frac{di}{dt} - M\frac{di}{dt} = -4.739\times\frac{(1-0)}{(10-6)\times10^{-3}} - 1.58\times\frac{(1-0)}{(10-6)\times10^{-3}} = -1579.75[\mathrm{V}]$$

$$Vac\big|_{6\le t\le 10[\mathrm{ms}]} = -1579.75[\mathrm{V}]$$

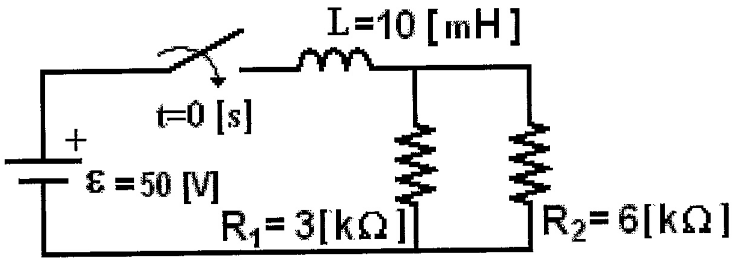
6. En el circuito de la figura el interruptor se cierra en t= 0 [s]. Obtener:

a) La corriente que circula por R_2 para $t = 1.5\tau_L$.

b) La energía almacenada en el campo magnético de L para $t = 1.5\tau_L$.

c) El voltaje sobre R_1 para $t = 1.5\tau_L$.

d) Suponer que L es la inductancia de un relevador cuya armadura es atraída si su corriente es de 0.0216 [A]. Determinar el tiempo que debe transcurrir a partir de t= 0 [s] para que la armadura sea atraída.



Solución

a) $i = \frac{\varepsilon}{R}\left[1-e^{-\frac{R}{L}t}\right] = \frac{50}{2\times10^3}\left[1-e^{-1.5}\right] = 0.019[\mathrm{A}]$

b) $U = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}\times 10\times10^{-3}\times(0.019)^2 = 1.805\times10^{-6}[\mathrm{J}]$

c) $V_{R1} = V_R = \varepsilon\left(1-e^{-\frac{R}{L}t}\right) = 50\times 0.7769 = 38.815[\mathrm{V}]$,

d) $i(t) = \frac{\varepsilon}{R}\left(1-e^{-\frac{R}{L}t}\right)$, $0.0216 = \frac{50}{2\times10^3}\left(1-e^{-\frac{2\times10^3}{10\times10^{-3}}t}\right)$, $\mathrm{Ln}\left(e^{-200\times10^3 t}\right) = \mathrm{Ln}(0.136)$, $-200\times10^3 t = -1.9951$

$t = 9.9755\times10^{-6}[\mathrm{s}]$

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE FÍSICA GENERAL Y QUÍMICA
DEPARTAMENTO DE ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO
SEMESTRE 2008-1

PRIMER FINAL

SOLUCIÓN

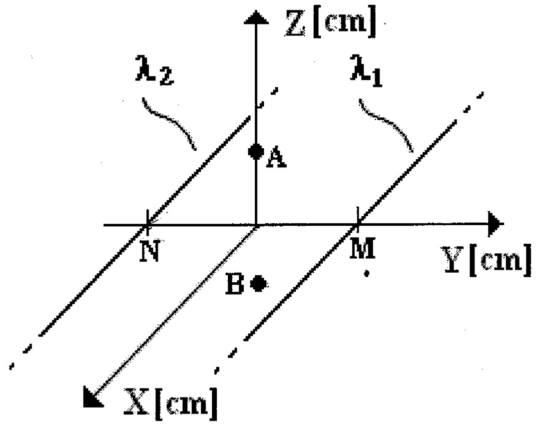
TIPO "M"

INSTRUCCIONES: El tiempo máximo para la resolución del examen es **2.5** horas.
No se permite la consulta de documento alguno.
Cada problema tiene un valor de 20 puntos. Resolver cinco de seis problemas.

1. Considere un par de alambres muy largos, paralelos, con cargas opuestas $\lambda_1 = \frac{1\times10^{-6}}{6}\left[\frac{C}{m}\right]$ y $\lambda_2 = -\frac{1\times10^{-6}}{6}\left[\frac{C}{m}\right]$, separados una distancia L = 4 [cm]. El alambre 1 cruza el eje de las "y's" en el punto M (0, 2,0) [cm] y el alambre 2 cruza el eje de las "y's" en el punto N (0,-2, 0) [cm]. Determine:

a) [ ] El vector campo eléctrico en $\left[\frac{V}{m}\right]$, en el punto A (0, 0,1.5) [cm].

1) $-144000\,\hat{k}$
2) $-1920\,\hat{j}$
3) $-1440\,\hat{k}$
4) $-192000\,\hat{j}$
5) Otro y el resultado es:________________



b) [ ] La diferencia de potencial en [V], entre los puntos A y B (2, 1,0) [cm].

1) 3296
2) -2202
3) 2202
4) -3296
5) Otro y el resultado es.________________

c) [ ] La fuerza por metro de longitud en $\left[\frac{N}{m}\right]$, con la cual se atraen los alambres.

1) 2.5×10^{-2}
2) 1.25×10^{-2}
3) 2.5×10^{-4}
4) 1.25×10^{-4}
5) Otro y el resultado es:________________

d) [ ] El trabajo necesario en $[mJ]$ para mover una carga $Q_1 = -2\times10^{-6}[C]$ del punto A al punto B.

1) 4.4
2) -6.6
3) -4.4
4) 6.6
5) Otro y el resultado es:________________

Solución.

a) $\vec{E}_A = \vec{E}_{A\lambda_1} + \vec{E}_{A\lambda_2}$; $\vec{E}_{A\lambda_1} = k\frac{2\lambda_1}{r_{AM}}\hat{r}_{AM} = \frac{9\times10^9\times2\times\left(\frac{1}{6}\times10^{-6}\right)}{0.025}\left(-\frac{2}{2.5}\hat{j}+\frac{1.5}{2.5}\hat{k}\right)$

$r_{A\lambda 2} = \sqrt{2+1.5} = 1.87$

$r_{B\lambda 2} = \sqrt{2+1+1.5} = 2.12$

$$\vec{E}_{A\lambda_1} = 120000\left(-0.8\hat{j}+0.6\hat{k}\right) = (-96000\hat{j}+72000\hat{k})\left[\frac{V}{m}\right]$$

$$\vec{E}_{A\lambda_2} = k\frac{2\lambda_2}{r_{NA}}\hat{r}_{NA} = \frac{9\times10^9\times2\times\left(\frac{1}{6}\times10^{-6}\right)}{0.025}\left(-\frac{2}{2.5}\hat{j}-\frac{1.5}{2.5}\hat{k}\right)$$

$$\vec{E}_{A\lambda_2} = 120000\left(-0.8\hat{j}+0.6\hat{k}\right) = (-96000\hat{j}-72000\hat{k})\left[\frac{V}{m}\right] \qquad \vec{E}_A = -192000\hat{j}\left[\frac{V}{m}\right]$$ 4)

b) $V_{AB} = V_{AB2}+V_{AB1} = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)2\lambda_2\ln\frac{r_{B\lambda2}}{\overset{1.87}{r_{A\lambda2}}} + \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)2\lambda_1\ln\frac{r_{B\lambda1}}{r_{A\lambda1}}$

$$V_{AB} = \left(-3\times10^{+3}\right)\ln\frac{3}{2.5} + \left(3\times10^{+3}\right)\ln\frac{1}{2.5} = -2748.9 - 546.96 = \overset{-3296}{-2202}[V]$$ 4) ~~2)~~

c) $\frac{F}{\ell} = \lambda E \qquad E = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)\left(\frac{2\lambda}{r}\right) = \frac{9\times10^9\times\left(\frac{2}{6}\right)\times10^{-6}}{0.04} = 75\left[\frac{kV}{m}\right]$

$$\frac{F}{\ell} = \frac{1}{6}\times10^6\times75\times10^3 = 1.25\times10^{-2}\left[\frac{N}{m}\right]$$ 2)

d) ${}_{A}W_{B} = Q_1V_{BA} = -2\times10^{-6}(2202) = -4.4\times10^{-3}[J]$ 2) ~~3)~~

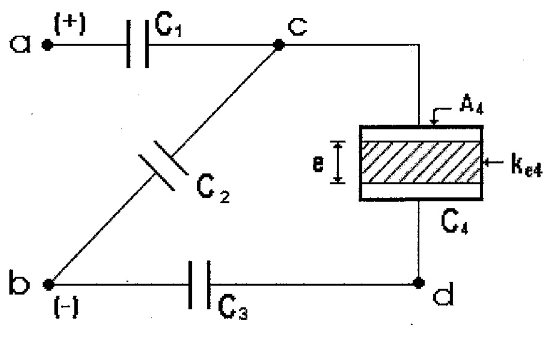
$(+3296) = -6.6\times10^{-3}[J]$

2. En la figura se muestra una conexión de los capacitores $C_1 = 12\,[pF]$, $C_2 = 6\,[pF]$, $C_3 = 3\,[pF]$ y C_4. Determine:

a) La capacitancia de C_4, en [F], si este capacitor es de placas planas y paralelas con área $A_4 = 10\,[cm^2]$, distancia $d_4 = 2[mm]$ y constante del dieléctrico $k_{e4} = 5$.

$$C_4 = \frac{\varepsilon_4 A_4}{d_4} = \frac{5\times8.85\times10^{-12}\times10\times10^{-4}}{2\times10^{-3}}$$

$$C_4 = 2.213\times10^{-11}[F]$$



b) La capacitancia equivalente, en [pF], entre los nodos **a** y **b**.

$$C_{eq1} = \frac{C_3C_4}{C_3+C_4} = 2.64[pF]$$

$$C_{eq2} = C_{eq1}+C_2 = 8.64[pF]$$

$$C_{ab} = \frac{C_1C_{eq2}}{C_1+C_{eq2}} = 5.02[pF]$$

c) La diferencia de potencial, en [V], entre los puntos **c** y **b** si Vab = 20 [V].

$$Q_{eqab} = C_{eqab}\times V_{ab} = 100.45[pC] = Q_1 = Q_{eq2}$$

$$V_{cb} = \frac{Q_{eq2}}{C_{eq2}} = 11.63[V]$$

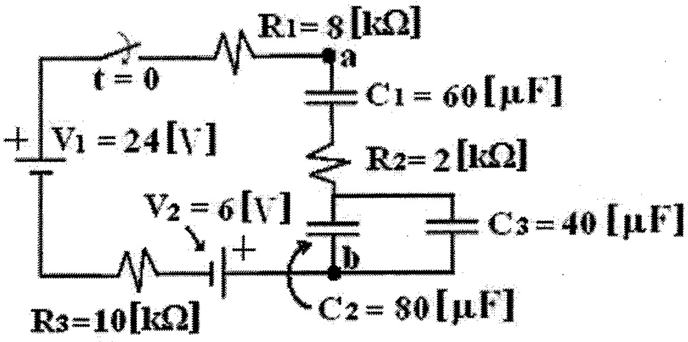
d) La energía almacenada por el capacitor C_3, en [J], si Vab = 20 [V].

$$Q_{eq1} = C_{eq1}V_{cb} = 2.64\times10^{-12}\times11.63 = 30.7\times10^{12}[C] = Q_3 = Q_4$$

$$U_3 = \frac{Q_3^2}{2C_3} = 1.57\times10^{-10}[J]$$

3. Para el circuito de la figura, considerando que inicialmente todos los capacitores se encontraban descargados y si han transcurrido 0.5 [s] después de cerrar el interruptor, obtenga:

a) [ ] La corriente, en [A], en la resistencia R_1=8 [kΩ].
   1) 8.03×10^{-4}
   2) 4.82×10^{-4}
   3) 3.91×10^{-4}
   4) 6.52×10^{-4}
   5) Otro y el resultado es.__________



b) [ ] La carga total almacenada, en [C], en el capacitor C_1 = 60 [μF].
   1) 3.35×10^{-4}
   2) 5.09×10^{-4}
   3) 3.05×10^{-4}
   4) 5.58×10^{-4}
   5) Otro y el resultado es.__________

c) [ ] La diferencia de potencial Vab, en [V].
   1) 15.56
   2) 18.25
   3) 9.33
   4) 10.8
   5) Otro y el resultado es___________

d) [ ] La potencia, en [W], que disipa el resistor R_3 = 10 [kΩ].
   1) 5×10^{-3}
   2) 2.32×10^{-3}
   3) 4.25×10^{-3}
   4) 6.45×10^{-3}
   5) Otro y el resultado es___________

Solución.

Al reducir el circuito a su mínima expresión, se obtiene un circuito con una fem equivalente de 18 [V], una resistencia equivalente total de 20 [kΩ] y un capacitor equivalente total de 40 [μF]. Por lo tanto se tiene una constante de tiempo τ = 0.8 [s].

a) $$i_T = \frac{\varepsilon}{R_{eqT}}\left(e^{\frac{-t}{R_{eqT}C_{eqT}}}\right) = \frac{18}{20\times10^3}\left(e^{-\frac{0.5}{0.8}}\right) = 4.82\times10^{-4}[A] = i_{R_1} \qquad 2)$$

b) $$C_{eqT} = \frac{q_{eqT}}{V_C} \quad\Rightarrow\quad q_{eqT} = C_{eqT}\times V_C = C_{eqT}\times\varepsilon\left(1-e^{-\frac{0.5}{0.8}}\right) = 40\times10^{-6}\times18\left(1-e^{-0.625}\right) =$$

$$q_{eqT} = 40\times10^{-6}\times8.37 = 3.35\times10^{-4}[C] = q_{c_1} \qquad 1)$$

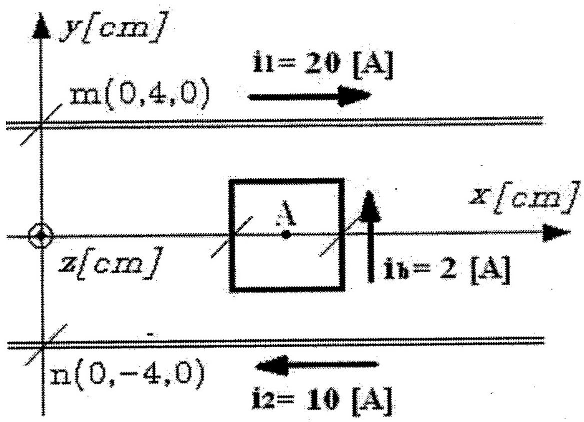
c) $$V_{ab} = V_C + R_2\times i_T = 8.37 + 2\times10^3\times4.82\times10^{-4} = 8.37 + 0.64 = 9.334[V] \qquad 3)$$

d) $$P = R_3\times i_T^2 = 10\times10^3\times\left(4.82\times10^{-4}\right)^2 = 2.32\times10^{-3}[W] \qquad 2)$$

4. La figura muestra dos conductores muy largos que cruzan el eje "y" en los puntos m y n, y una espira cuadrada, de lado $l = 4$ [cm], con centro en el punto A (6, 0,0) [cm] contenida en el mismo plano que forman los conductores. Calcule:

a) [ ] El vector campo magnético, en [T], en el punto "A" debido a la espira.

1) $-5.65\text{x}10^{-5}\,\hat{k}$
2) $1.13\text{x}10^{-4}\,\hat{k}$
3) $-1.13\text{x}10^{-4}\,\hat{k}$
4) $5.65\text{x}10^{-5}\,\hat{k}$
5) otro___________



b) [ ] El vector campo magnético en el punto "A" debido al conductor recto que pasa por el punto m.

1) $5\text{x}10^{-5}\,\hat{k}$
2) $1\text{x}10^{-4}\,\hat{k}$
3) $-1\text{x}10^{-4}\,\hat{k}$
4) $-5\text{x}10^{-5}\,\hat{k}$
5) otro___________

c) [ ] El flujo magnético en [Wb], a través de la espira si $i_b = 0$ [A] e $i_2 = 0$ [A].

1) $1.72\text{x}10^{-5}$
2) $2.2\text{x}10^{-5}$
3) $1.72\text{x}10^{-7}$
4) $2.2.\text{x}10^{-7}$
5) otro___________

d) La fuerza, en [N], que experimenta un electrón al pasar por el punto "A" con una velocidad $\vec{V}_e = 1.5\hat{i}\left[\frac{km}{s}\right]$ si $i_b = 0$ [A] e $i_2 = 0$ [A].

1) $-1.2\text{x}10^{-20}\ \hat{j}$
2) $2.4\text{x}10^{-20}\,\hat{j}$
3) $1.2\text{x}10^{-20}\ \hat{j}$
4) $-2.4\text{x}10^{-20}\,\hat{j}$
5) otro___________

Solución

a) $\vec{B}_{A_{esp}} = \dfrac{2\sqrt{2}\mu_0 i_b}{\pi\, l} = 5.654\times10^{-5}\,\hat{k}[T]$ 4)

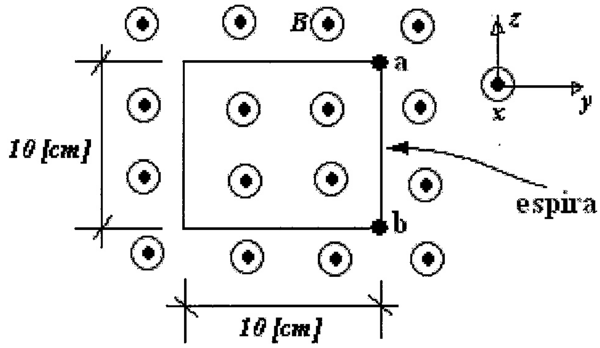
b) $\vec{B}_{A_{C1}} = \dfrac{\mu_0 i_1}{2\pi a_1}\left(-\hat{k}\right) = -1\times10^{-4}\,\hat{k}[T]$ 3)

d) $\phi = \dfrac{\mu_0 i_1 l}{2\pi}\ln\dfrac{0.06}{0.02} = 1.76\times10^{-7}[\text{Wb}]$ 3)

e) $\vec{F} = q(\vec{v}x\vec{B}) = -1.6\times10^{-19}\left(1.5\times10^{3}\hat{i}\times(-1)\times10^{-4}\hat{k}\right) = -2.4\times10^{-20}\,\hat{j}[N]$ 4)

5. La figura muestra una espira cuadrada sobre el plano "yz". En esta región existe un campo magnético uniforme pero variable en el tiempo $B=(2t^2-t)\left[\frac{mWb}{m^2}\right]$ perpendicular al plano "yz" y en la dirección positiva del eje "x". Obtener:

a) El flujo magnético, en $[Wb/m^2]$, a través de la espira en t= 2 [s].



$$\phi = B\cdot A = (2t^2-t)\times10^{-3}\times100\times10^{-4}$$
$$\phi = 6\times10^{-5}\left[\frac{Wb}{m^2}\right]$$

b) El valor de la fem inducida en la espira, en [V], en t= 2 [s].

$$|\varepsilon| = N\frac{d\phi}{dt} = (1)\frac{d(2t^2-t)\times10^{-5}}{dt}$$
$$|\varepsilon| = [(4t-1)\times10^{-5}] = 7\times10^{-5}[V]$$

c) El valor de la corriente inducida, en [A], en t=5 [s], si la resistencia total de la espira es r = 0.5 [Ω].

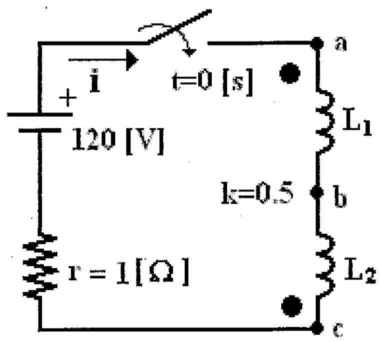
$$|\varepsilon| = [(4t-1)\times10^{-5}] = 19\times10^{-5}[V]$$
$$i = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{19\times10^{-5}}{o.5} = 38\times10^{-5}[A]$$
De "a" hacia "b".

d) El tiempo, en [s], en el cual la corriente en la espira es 0.0003 [A].

$$\varepsilon = \frac{d\phi}{dt} = 4t\times10^{-5} - 1\times10^{-5} = Ri$$
$$4\times10^{-5}t - 1\times10^{-5} - 0.5(0.3)\times10^{-4} = 0$$
$$t = \frac{1\times10^{-5}+0.15\times10^{-4}}{4\times10^{-5}} = 4[s]$$

6. En el circuito de la figura se muestra la conexión de dos inductores, con un coeficiente de acoplamiento magnético k=0.5, L_1 = 4 [H] con una resistencia r_1= 3 [Ω] y L_2 = 1[H] con una resistencia r_2 = 2 [Ω]. Si ha transcurrido un segundo después de cerrar el interruptor. Determine:

a) La constante de tiempo del circuito, en [s].
   1) 1.17
   2) 0.67
   3) 0.167
   4) 0.5
   5) Otro ____________



b) La corriente i, en [A].

1) 11.51
2) 15.54
3) 17.293
4) 19.95
5) Otro ____________

c) La diferencia de potencial entre los puntos a y b, en [V], es decir, Vab.

1) 5.413
2) 56.36
3) 69.69
4) 60.74
5) Otro ____________

d) La energía almacenada, en [J], por el inductor equivalente

1) 463.88
2) 482.82
3) 199.03
4) 448.59
5) Otro ____________

Solución.

a) $M = k\sqrt{L_1 \cdot L_2} = 1[\mathrm{H}]$, $\quad L_{eq=}L_1 + L_2 - 2M = 4 + 1 - 2(1) = 3[\mathrm{H}]$,

$R_{eq} = 3 + 2 + 1 = 6\,[\Omega]$, $\tau_L = \dfrac{L_{eq}}{R_{eq}} = 0.5[\mathrm{s}]$ 4)

b) $i = \dfrac{}{R_{eq}}\left(1 - e^{-\frac{R_{eq}}{\tau_{eq}}t}\right) = \dfrac{120}{6}\left(1 - e^{-2}\right) = 17.293\,[\mathrm{A}]$ 3)

c) $V_{ab} = (L_1 - M)\dfrac{di}{dt} + r_1 \cdot i$; $\quad \dfrac{di}{dt} = \dfrac{\varepsilon}{L_{eq}} e^{-\frac{R_{eq}}{\tau_{eq}}t} = \dfrac{120}{3}e^{-2} = 5.413\,[\dfrac{A}{s}]$

$V_{ab} = 16.24 + 51.88 = 68.12[\mathrm{V}]$ 5)

d) $U = \dfrac{1}{2}L_{eq}i^2 = 0.5 \times 3(17.293)^2 = 448.59[\mathrm{J}]$ 4)

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE FÍSICA GENERAL Y QUÍMICA
DEPARTAMENTO DE ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO
SEMESTRE 2008-1

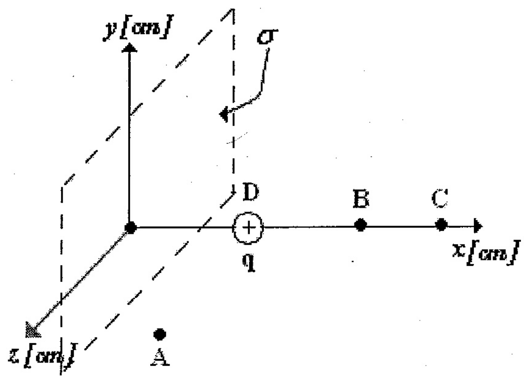
PRIMER FINAL

SOLUCIÓN

INSTRUCCIONES: El tiempo máximo para la resolución del examen es de **2.5** horas.
No se permite la consulta de documento alguno.
Todos los problemas tienen un valor de 20 puntos. Resolver cinco de seis

1. En la figura se muestra una superficie muy grande coincidente con el plano "*yz*" y una carga $q = 1\times10^{-10}[\text{C}]$ ubicada en el punto D (20,0,0) [cm]. Si la fuerza eléctrica sobre la carga q es $\vec{F}_q = 1\times10^{-9}\,\hat{i}[\text{N}]$. Calcule:

a) [ ] La magnitud en $\left[\dfrac{\text{pC}}{\text{m}^2}\right]$ y el signo de la densidad de carga superficial.



1) 177, negativa
2) 88.5 positiva
3) 177, positiva
4) 88.5 negativa
5) Otro y el resultado correcto es: ____________

b) [ ] La intensidad de campo eléctrico en $\left[\dfrac{\text{N}}{\text{C}}\right]$, en el punto A (20,0, 30) [cm].

1) $-10\hat{i}+10\hat{k}$
2) $5\hat{i}+0.1\hat{k}$
3) $-5\hat{i}-0.1\hat{k}$
4) $10\hat{i}+10\hat{k}$

5) Otro y el resultado correcto es:______________________________________

c) [ ] La diferencia de potencial en [V], entre los puntos B (40,0, 0) [cm] y A, es decir, V_{BA}.
1) 3.5
2) 0.5
3) -3.5
4) -0.5
5) Otro y el resultado correcto es:____

d) [ ] El trabajo necesario en [J], para desplazar un electrón del punto C (50,0, 0) [cm] al punto A.
1) -4.8×10^{-19}
2) -2.4×10^{-19}
3) 4.8×10^{-19}
4) 2.4×10^{-19}
5) Otro y el resultado correcto es:____

Solución

a) $\vec{F}_q = \vec{E}\cdot q \;\Rightarrow\; \sigma = \dfrac{F(2\varepsilon_0)}{q} = \dfrac{1\times10^{-9}\left(2\times8.85\times10^{-12}\right)}{1\times10^{-10}} = 1.77\times10^{-10}\left[\dfrac{\text{C}}{\text{m}^2}\right]$ positiva 3)

b) $\vec{E}_A = \vec{E}_{A\sigma} + \vec{E}_{Aq} = \dfrac{\sigma}{2\cdot\varepsilon_0}\hat{\imath} + k\dfrac{q}{r^2}\hat{k} = (10\hat{\imath} + 10\hat{k})\left[\dfrac{N}{C}\right]$ 4)

c) $V_{BA} = V_{BA\sigma} + V_{BAq} = \dfrac{\sigma}{2\cdot\varepsilon_0}(x_{A\sigma} - x_{B\sigma}) + kq\left(\dfrac{1}{r_{Bq}} - \dfrac{1}{r_{Aq}}\right) = 10(.2 - .4) + 0.9(\dfrac{1}{.2} - \dfrac{1}{.3})$

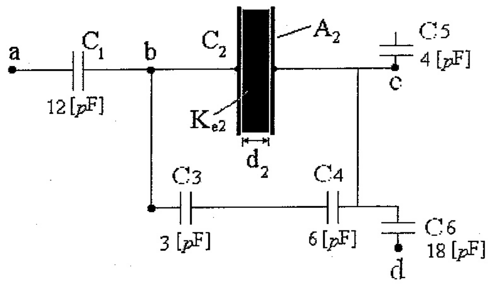
$V_{BA} = -2 + 1.5 = -0.5[V]$ 4)

d) ${}_CW_A = eV_{AC} = e\left[\dfrac{\sigma}{2\cdot\varepsilon_0}(x_{C\sigma} - x_{A\sigma}) + kq\left(\dfrac{1}{r_{Aq}} - \dfrac{1}{r_{Cq}}\right)\right]$

${}_CW_A = -1.6\times10^{-19}[10(.5 - .2) + 0] = -4.8\times10^{-19}[J]$ 1)

2. En la figura se muestra un arreglo de capacitores. Determine:

a) [ ] La capacitancia de C_2, en [F], si este capacitor es de placas planas y paralelas con área $A_2 = 10$ [cm^2], distancia $d_2 = 2$ [mm] y constante del dieléctrico $K_{e2} = 5$.
1) 2.213×10^{-10}
2) 2.213×10^{-7}
3) 2.213×10^{-11}
4) 2.213×10^{-14}
5) Otro y el resultado correcto es:__________



b) [ ] La capacitancia equivalente, en [pF], entre los nodos **a** y **d**.
1) 7.2
2) 6.92
3) 5.55
4) 1.58
5) Otro y el resultado correcto es: __________________________

c) [ ] El campo eléctrico en [V/m], en el capacitor C_2 si Vad = 100 [V]
1) 11492.4
2) 1.62
3) 1562.2
4) 39036.6
5) Otro y el resultado correcto es:______________________________

d) [ ] La capacitancia equivalente, en [pF], entre los nodos **a** y **d** si los nodos **b** y **c** se unen con un alambre conductor
1) 1.56
2) 5.43
3) 1.71
4) 7.2
5) Otro y el resultado correcto es:______________________________

Solución

a) $C_2 = \dfrac{\varepsilon_2 A}{d} = \dfrac{5\varepsilon_0 A}{d} = \dfrac{5\times8.85\times10^{-12}\times10\times10^{-4}}{2\times10^{-3}} = 2.213\times10^{-11}[F]$ 3)

b) $C_{eq1} = \dfrac{C_3\times C_4}{C_3 + C_4} = 2$ [pF], $C_{eq2} = C_{eq1} + C_2 = 2 + 22.12 = 24.13[pF]$

$$C_{ad} = \frac{1}{\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_{eq2}}+\frac{1}{C_6}} = \frac{1}{\frac{1}{12}+\frac{1}{24.13}+\frac{1}{18}} = 5.55[pF] \qquad 3)$$

c) $Q_{eqT} = C_{ad} \times V_{ad} = 5.55\times10^{-12}\times100 = 5.55\times10^{-10}\ [C] = Q_1 = Q_{1eq2} = Q_6$

$$V_{eq2} = \frac{Q_{eq2}}{C_{eq2}} = \frac{5.55\times10^{-10}}{24.43\times10^{-12}} = 22.677[V], \quad \vec{E}_{c2} = \frac{V_{eq2}}{d_2}\hat{j} = \frac{V_{bc}}{d_2}\hat{j} = 11492.4\hat{j}\left[\frac{V}{m}\right] \qquad 1)$$

d) $C_{ad} = \frac{1}{\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_6}} = \frac{1}{\frac{1}{12}+\frac{1}{18}} = 7.2\ [pF]$ 4)

3. Se desea que los focos en el circuito de la figura, en estado estable, funcionen a la potencia y voltajes especificados. Calcule:
   a) La diferencia de potencial que proporciona la fuente ε_1

$\varepsilon_1 = V_{f1} + R_1 I = 5 + 10\times0.1 = 6\ [V]$

   b) El valor del resistor R_2

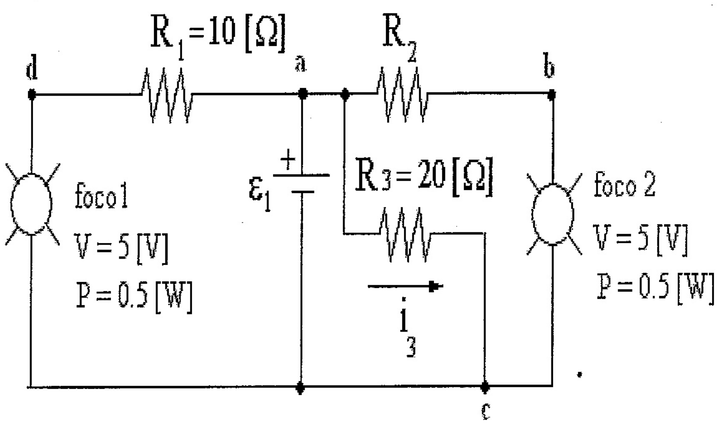
$R_2 = \frac{Vac - V_{f2}}{I_{f2}} = 10\ [\Omega]$

   c) La energía disipada por R_1 en 10 [min]

$U = 60\ [J]$

   d) El valor de la corriente I_3

$I_3 = \frac{Vac}{R_3} = 0.3[A]$



a) Corriente del foco1 $I = \frac{P}{V} = \frac{0.5}{5} = 0.1\ [A]$;

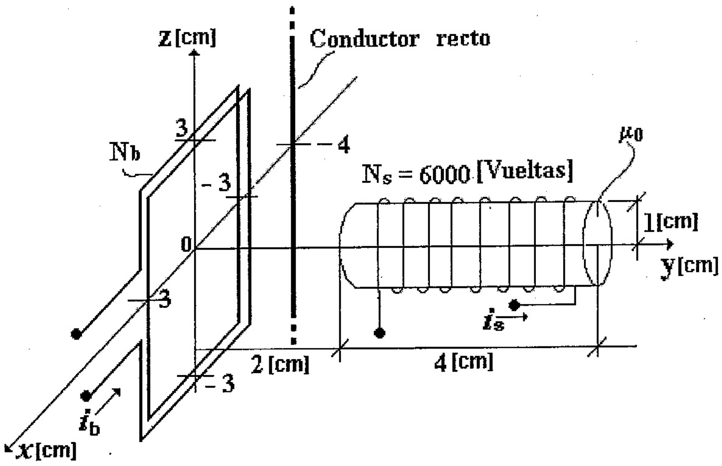
$\varepsilon_1 = V_{f1} + R_1 I = 5 + 10\times0.1 = 6\ [V]$

b) $R_2 = \frac{Vac - V_{f2}}{I_{f2}} = 10\ [\Omega]$

c) $U = R_1 \times I_{f1}^2 \times t = 10\times0.1^2\times10\times60$ $\qquad U = 60\ [J]$

d) $I_3 = \frac{Vac}{R_3} = 0.3[A]$

4. En la figura se muestra una bobina cuadrada (por la cual circula una corriente i_b = 200 [mA]) y un solenoide cuyos ejes coinciden con el eje "y", también se muestra un conductor recto muy largo paralelo al eje "z" y que pasa por el punto (-4,0,0) [cm]. Obtenga:



a) [1] El número de vueltas en la bobina cuadrada para que el campo debido a ésta sea $\vec{B}_{0b} = 0.4\hat{j}[mT]$, en el origen.

1) 106
2) 1060000
3) 0.106
4) 10.6
5) Otro y el resultado es.____________

b) [4] La corriente, en [A], en el solenoide, i_s, para que el campo magnético debido a éste en el punto P(0,2,0) [cm], sea $\vec{B}_{Ps} = 0.4\hat{j}[mT]$.

1) 4.24×10^{-1}
2) 4.24×10^{2}
3) 4.24×10^{0}
4) 4.24×10^{-3}
5) Otro y el resultado es:____________________

c) [4] La magnitud en [A] y el sentido de la corriente en el conductor recto para que el campo magnético debido a éste sea $\vec{B}_{0c} = 0.2\hat{j}[mT]$, en el origen

1) 4×10^{4} en dirección $(-\hat{k})$
2) 4×10^{6} en dirección $(\hat{k})$
3) 4×10^{3} en dirección $(-\hat{k})$
4) 4×10^{1} en dirección $(\hat{k})$
5) Otro y el resultado es:____________________

d) [4] La fuerza magnética, en [N], que ejerce el conductor recto sobre el lado más cercano de la bobina.

1) 1.018×10^{0}
2) 1.018×10^{2}
3) 1.018×10^{-1}
4) 1.018×10^{-3}
5) Otro y el resultado es:____________________

Solución.

a) $\vec{B}_{ob} = \dfrac{2\sqrt{2}\times\mu_0 N_b i_b}{\pi L_b}\hat{j}[mT]$,

Despejando $N_b = \dfrac{B_{ob}(\pi L_b)}{2\sqrt{2}\times\mu_0 i_b} = \dfrac{0.4\times10^{-3}\times3.1416\times6\times10^{-2}}{2\sqrt{2}\times4(3.1416)\times10^{-7}\times200\times10^{-3}}$, $N_b = 106[\text{Vueltas}]$ 1)

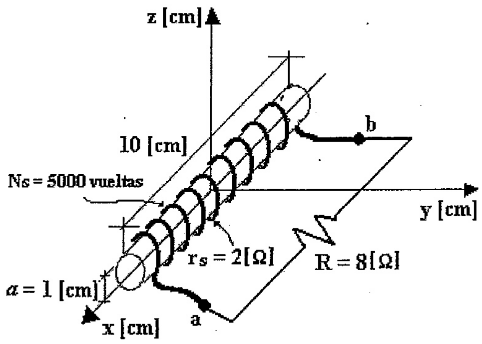
b) En el extremo del solenoide $B_{os,extremo} = \dfrac{\mu_0 N_s i_s}{2L_s} = 0.4\times10^{-3}[T]$

Despejando $i_s = \dfrac{B_{os,extremo}\times2L_s}{\mu_0 N_s} = \dfrac{0.4\times10^{-3}\times2\times4\times10^{-2}}{4(3.1416)\times10^{-7}\times6000} = 4.24\times10^{-3}[A]$ 4)

c) $B_{0C} = \dfrac{\mu_0 i_C}{2\pi r}$, entonces $i_C = \dfrac{B_{0C}\, 2\pi r}{\mu_0} = \dfrac{0.2\times10^{3}\times2\times3.1416\times0.04}{4\times3.1416\times10^{-7}} = 40[A]$ en dirección $\hat{k}$ 4)

d) $F = i_b L_b N_b B_C = i_b L_b N_b\left(\dfrac{\mu_0 i_C}{2\pi r}\right) = 200\times10^{-3}\times0.06\times106\left(\dfrac{4\pi\times10^{-7}\times40}{2\pi\times0.01}\right) = 1.018\times10^{-3}[N]$ 4)

5. Un solenoide largo se encuentra localizado en una región donde existe un campo magnético uniforme respecto a las coordenadas (x,y,z), pero variable con el tiempo: $\vec{B}(t) = [(8t+3)\hat{i} + (2t-5)\hat{j}][T]$, si las unidades de t son segundos. Obtenga:



a) El valor del campo magnético para los tiempos 2,3 y 4 [s].

$$\vec{B}(t)\big|_{t=2[s]} = (19\hat{i} - \hat{j})[T]$$
$$\vec{B}(t)\big|_{t=3[s]} = (27\hat{i} + \hat{j})[T]$$
$$\vec{B}(t)\big|_{t=4[s]} = (35\hat{i} + 3\hat{j})[T]$$

b) El valor de la fem inducida por el solenoide para t = 3 [s]

$$\phi = \vec{B}\cdot\vec{A} = \left[(8t+3)\hat{i} + (2t-5)\hat{j}\right]\cdot\left(\pi\times0.01^2\right)\hat{i}$$
$$\varepsilon = N\frac{d\phi}{dt} = 5000\left(\pi\times0.01^2\right)\frac{d(8t+3)}{dt} = 12.57[V]$$

c) La diferencia de potencial V_{ab} para t = 3 [s]

$$Vab = Ri = R\left(\frac{\varepsilon}{R_T}\right) = 8\left(\frac{12.57}{10}\right) = 10.05[V]$$

d) El vector campo magnético total, $\vec{B}_T$, en el centro del solenoide para t = 3 [s]

$$\vec{B}_T = 27\hat{i} + \hat{j} - \frac{\mu_0 N i}{L}\hat{i} = 27\hat{i} + \hat{j} - 0.07898\hat{i} = (26.92\hat{i} + \hat{j})[T]$$

6. Se tienen dos solenoides con las mismas características geométricas (diámetro = 2 [cm], longitud = 25.46 [cm], número de vueltas N = 1000 en una sola capa, resistencia R=209.8 [Ω]) sobre un núcleo de aire y con diferente sentido de enrollamiento del conductor, conectados tal y como se muestra en la figura, determine:

a) [ ] La inductancia propia en [H], de cada solenoide
   1) 1.55×10^{1}
   2) 1.55×10^{-3}
   3) 1.55×10^{-1}
   4) 1.55×10^{-5}
   5) Otro y el resultado es:________________

b) [ ] La inductancia mutua en [H], si el coeficiente de acoplamiento magnético es k = 0.7.

1) 1.085×10^{-5}
2) 1.085×10^{-1}
3) 1.085×10^{-3}
4) 1.085×10^{1}
5) Otro y el resultado es:____________________

c) [ ] El valor de la constante de tiempo τ_L en [s].

1) 1.256×10^{-5}
2) 4.8×10^{-6}
3) 2.217×10^{-6}
4) 5.17×10^{-6}
5) Otro y el resultado es:____________________

d) [ ] La corriente en [A] en el inductor equivalente después de 1.0 [μs] de haberse cerrado el interruptor S.

1) 3.87×10^{-7}
2) 1.038×10^{-2}
3) 3.89×10^{-5}
4) 6.19×10^{-3}
5) Otro y el resultado es:____________________

Solución.

a) $L_1 = \dfrac{N_1\phi_{11}}{i_1} = \dfrac{\mu_0 N_1^2 A_1}{\ell_1} = \dfrac{4\pi\times10^{-7}\times\left(1000^2\right)\left(3.1416\times10^{-4}\right)}{0.2546} = 1.55\times10^{-3}[\mathrm{H}] = L_2$ 2)

b) $M = \dfrac{k\mu_0 N_1 N_2}{\ell} = \dfrac{0.7\times4\pi\times10^{-7}\times(1000)^2}{0.2546} = 1.085\times10^{-3}[\mathrm{H}]$ 3)

c) $R_{eq} = R_1 + R_2 = 209.8 + 209.8 = 419.6[\Omega]$

$L_{eq} = L_1 + L_2 - 2M = 1.55 + 1.55 - 2(1.085) = 0.93[\mathrm{mH}]$

$\tau_L = \dfrac{L_{eq}}{R_{eq}} = \dfrac{0.93\times10^{-3}}{419.6} = 2.217\times10^{-6}[\mathrm{s}]$ 3)

d) $i = \dfrac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_L}}\right) = \dfrac{12}{419.6}\left(1 - e^{-0.45}\right) = 1.038\times10^{-2}[\mathrm{A}]$ 2)