

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA

MATEMÁTICAS AVANZADAS

SERIE DE EJERCICIOS

TRANSFORMADA DE FOURIER

Elaboró: Ing. Juan Aguilar Pascual

Semestre 2016-2

1. Obtener, mediante la definición, la transformada de Fourier de la función

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ a & \text{si } 0 \leq t \leq a \\ 0 & \text{si } t > a \end{cases}$$

donde $a > 0$. Escribir la transformada de Fourier de la función cuando $a = \pi$.

2. Comprobar que la función

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ kt & \text{si } 0 \leq t \leq \pi \\ 0 & \text{si } t > \pi \end{cases}$$

donde $k \neq 0$, es absolutamente integrable y obtener su transformada de Fourier mediante la definición.

3. Obtener, mediante la definición, la transformada de Fourier de la función

$$f(t) = kH(t)e^{-at}$$

donde $k \neq 0$, $a > 0$ y $H(t)$ es la función escalón unitario o de Heaviside. Escribir la transformada de Fourier de la función cuando

- a) $k = -1$ y $a = \pi$.
b) $k = a$.

4. Comprobar que la función

$$f(t) = \begin{cases} -e^t & \text{si } t \leq 0 \\ -e^{-t} & \text{si } t > 0 \end{cases}$$

es absolutamente integrable y obtener, mediante la definición, su transformada de Fourier.

5. Obtener, mediante la definición, la transformada de Fourier de la función pulso

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < -a \\ 2 & \text{si } -a \leq t \leq a \\ 0 & \text{si } t > a \end{cases}$$

donde $a > 0$. Trazar la gráfica de su espectro de amplitud o de frecuencia.

6. Obtener la transformada de Fourier de la función

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ 2 & \text{si } 0 \leq t \leq a \\ 0 & \text{si } t > a \end{cases}$$

donde $a > 0$. Escribir la transformada de Fourier de la función cuando

a) $a = 1$.

b) $a = \pi$.

7. Obtener la transformada de Fourier de la función

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ k & \text{si } 0 \leq t \leq a \\ 0 & \text{si } t > a \end{cases}$$

donde $k \neq 0$ y $a > 0$. Escribir la transformada de Fourier de la función cuando

a) $k = 1$ y $a = 1$.

b) $k = -1$ y $a = \pi$.

8. Obtener la transformada de Fourier de la función

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < -1 \\ -\pi & \text{si } -1 \leq t \leq 0 \\ 0 & \text{si } t > 0 \end{cases}$$

a) mediante la definición de transformada de Fourier,

b) con la transformada de Fourier de la función pulso unitario y propiedades.

9. Obtener la transformada de Fourier de la función

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ t & \text{si } 0 \leq t \leq 2 \\ 0 & \text{si } t > 2 \end{cases}$$

a) mediante la definición de transformada de Fourier,

b) con la transformada de Fourier de la función pulso unitario y propiedades.

10. Obtener la transformada de Fourier de la función

$$f(t) = -H(-t)e^{2t}$$

donde $H(t)$ es la función escalón unitario o de Heaviside. Trazar la gráfica de su espectro de amplitud o de frecuencias.

11. Obtener, mediante la propiedad de linealidad y una transformada inversa de Fourier elemental, la transformada inversa de Fourier de la función $F(\omega) = 1/(3 + 4i\omega)$.

12. Obtener la transformada inversa de Fourier de la función

$$F(\omega) = \frac{-2}{(1 + 3i\omega)(3 + 3i\omega)}$$

Sugerencia: Realizar una descomposición en fracciones parciales.

13. Obtener la transformada inversa de Fourier de la función

$$F(\omega) = \frac{2}{4\omega^2 - 10i\omega - 6}$$

14. Resolver, mediante transformada de Fourier, la ecuación diferencial ordinaria

$$y' - y = H(t)e^{-(t-1)} \quad -\infty < t < \infty$$

donde $H(t)$ es la función escalón unitario o de Heaviside.

15. Resolver, mediante transformada de Fourier, la ecuación diferencial ordinaria

$$y' - 2y = H(t - 2)e^{-2(t-2)} \quad -\infty < t < \infty$$

donde $H(t)$ es la función escalón unitario o de Heaviside.

16. Obtener, mediante el teorema de convolución, la transformada inversa de Fourier de la función

$$F(\omega) = \frac{1}{(-2 - i\omega)(3 + i\omega)}$$

17. Obtener, de dos formas distintas, la transformada inversa de Fourier de la función

$$F(\omega) = \frac{2}{(1 + 2i\omega)(2 + 2i\omega)}$$

18. Obtener la transformada inversa de Fourier de la función $F(\omega) = 1/(-5 - i\omega)^2$.

19. Obtener la transformada seno de Fourier de la función

$$f(t) = \begin{cases} k & \text{si } 0 \leq t < a \\ 0 & \text{si } t \geq a \end{cases}$$

donde $k \neq 0$ y $a > 0$. Escribir la transformada seno de Fourier cuando $k = -1$ y $a = 1$.

20. Obtener la transformada coseno de Fourier de la función

$$f(t) = \begin{cases} kt^3 & \text{si } 0 \leq t < a \\ 0 & \text{si } t \geq a \end{cases}$$

donde $k \neq 0$ y $a > 0$. Escribir la transformada seno de Fourier de la función cuando

- a) $k = 1$ y $a = 1$.
- b) $k = -1$ y $a = 1$.
- c) $k = a$.