

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**MATEMÁTICAS AVANZADAS**

**SERIE DE EJERCICIOS**

**INTEGRACIÓN**

Elaboró: Ing. Juan Aguilar Pascual

Semestre 2016-2

1. Calcular, mediante la definición, la integral de la función  $f(z) = -(1 - i)z + (2 + i)$  a lo largo de la curva

$$(z + \bar{z})^2 + 8i(z - \bar{z}) = 0$$

desde  $z = 0$  hasta  $z = 2 + i$ .

2. Calcular, mediante la definición, la integral de la función  $f(z) = (2 + i)z - (1 - i)$  a lo largo de la curva

$$|z - i| = \text{Im}(z) + 1$$

desde  $z = 0$  hasta  $z = 2 + i$ .

3. Calcular, por medio de la definición, la integral de la función  $f(z) = 2iz + (1 + 2i)$  a lo largo de la curva

$$z\bar{z} + ai(z - \bar{z}) = 0$$

donde  $a > 0$ , desde  $z = 0$  hasta  $z = a + ai$ , por el lado más corto.

4. Calcular, por medio de la definición, la integral de la función  $f(z) = -(2 - i)z + (2 - i)$  a lo largo de la curva

$$|z - ai| = a$$

donde  $a > 0$ , desde  $z = 0$  hasta  $z = a + ai$ , por el lado más corto.

5. Calcular, por medio de la definición, la integral de la función  $f(z) = -iz + (1 + i)$  a lo largo de la curva

$$z(t) = a \cos(t) + ai[1 + \text{sen}(t)] \quad 0 \leq t \leq 2\pi$$

donde  $a > 0$ .

6. Calcular la integral de la función  $f(z) = (2 + i)\bar{z} + (2 - i)$  a lo largo de la recta  $y = x$  desde el punto  $(0, 0)$  hasta el punto  $(1, 1)$ .

7. Calcular la integral de la función  $f(z) = -2i/z$  a lo largo de la curva

$$z(t) = (3 + \cos t) + i \sin t \quad 0 \leq t \leq 2\pi$$

Justificar la respuesta.

8. Calcular la integral de la función  $f(z) = z + 1$  a lo largo de la curva
- $$z(t) = t + it \quad 0 \leq t \leq 1$$
9. Calcular la integral de la función  $f(z) = -(1 + i)z^2 + (1 + 2i)$  a lo largo de la curva
- $$|z - 1| = |z - i|$$
- desde  $z = 0$  hasta  $z = 1 + i$ .
10. Calcular la integral de la función  $f(z) = -iz - (1 + i)$  a lo largo de la curva
- $$C: \begin{cases} x = 2t \\ y = t^2 \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 1$$
11. Calcular la integral de la función  $f(z) = (iz + 2)/z$  a lo largo de las curvas cerradas
- a)  $z\bar{z} - 2i(z - \bar{z}) + 3 = 0$ ,
- b)  $z\bar{z} + i(z - \bar{z}) - 3 = 0$ ,
- recorridas una vez en sentido positivo.
12. Calcular la integral de la función  $f(z) = (2z - 1)/z^2$  a lo largo de la curva
- $$z(t) = (-1 + 2 \cos t) + 2i \sin t \quad 0 \leq t \leq 2\pi$$
13. Calcular la integral de la función  $f(z) = (iz + i)/z^2$  a lo largo de la curva cerrada
- $$|z + 1| = 2$$
- recorrida una vez en sentido positivo.
14. Calcular la integral de la función  $f(z) = (z + 2i)/z^2$  a lo largo de la curva
- $$z(t) = 2 \sin t + i(1 + 2 \cos t) \quad 0 \leq t \leq 2\pi$$
15. Calcular la integral de la función  $f(z) = (-2z + 3)/z^2$  a lo largo de toda trayectoria suave cerrada simple, recorrida una vez en sentido positivo, que no pasa por  $z = 0$ .