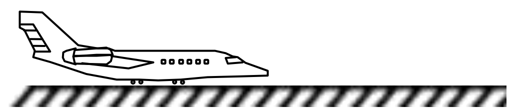
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
PRIMER EXAMEN FINAL COLEGIADO
CINEMÁTICA Y DINÁMICA

SEMESTRE 2013-1 29 DE NOVIEMBRE DE 2012

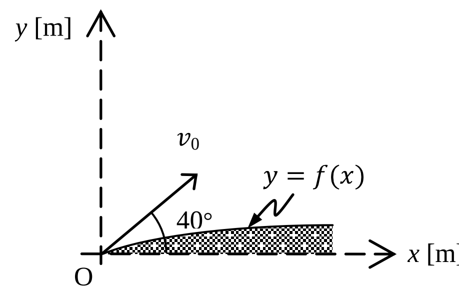
NOMBRE DEL ALUMNO: ______________________________________ GRUPO: _______

INSTRUCCIONES: *Lea cuidadosamente los enunciados de los cuatro reactivos que componen el examen antes de empezar a resolverlos. La duración máxima del examen es de dos horas.*

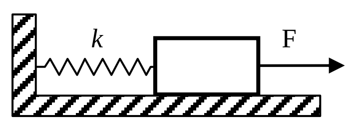
1. Cuando una pequeña aeronave aterriza, el piloto acciona todos los sistemas de frenado, que le generan una desaceleración de 20 m/s^2. Si necesita 100 m para detenerse, calcular: *a)* la rapidez con la que toca la pista; *b)* el tiempo que tarda en detenerse por completo.



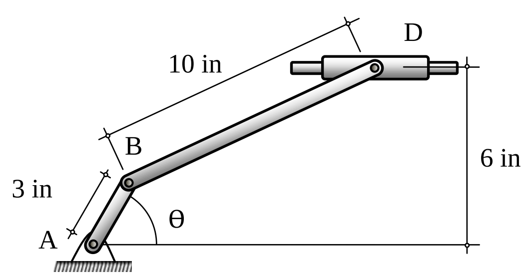
2. Un proyectil se lanza del origen con una velocidad de 20 m/s a 40° sobre la horizontal. El perfil de la superficie del terreno sobre el que viaja puede aproximarse a la ecuación $y = 0.4x - 0.006x^2$, donde x y y están en metros. Determine, para el instante en que cae en la superficie del terreno: *a)* el tiempo que tarda; *b)* su velocidad; *c)* la componente tangencial de su aceleración; *d)* el radio de curvatura de su trayectoria



3. Un cuerpo de 10 lb de peso está unido a un resorte sin deformar. Los coeficientes de fricción estática y cinética entre el cuerpo y el plano son 0.6 y 0.4 respectivamente. Se le aplica lentamente una fuerza F hasta que la tensión en el resorte alcanza 20 lb y luego, de manera súbita, se retira. Determine: *a)* la rapidez del cuerpo cuando regresa a su posición inicial; *b)* la rapidez máxima del cuerpo. La constante de rigidez del resorte es k =144 lb/ft



4. El brazo *AB* tiene una velocidad angular constante de 16 rad/s en sentido contrario al de las manecillas del reloj. Para el instante en que ϴ=60°, determine la aceleración del collarín D.



Solución

1)

$a = -20\ {}^{m}/_{s^2}$
$$-20 = \frac{vdv}{ds}$$

$$\int_0^s -20ds = \int_{v_0}^{s} vdv$$

$$-20s = \frac{v^2}{2} - \frac{{v_0}^2}{2}$$

$v_0\sqrt{v^2 + 40s}$

Para $v_0 = 0$ y $s = 100$

$$\boxed{v_0 = 63.24\ {}^{m}/_{s}}$$

$$-20 = \frac{dv}{dt}$$

$$\int_{63.24}^{v} dv = \int_0^t -20dt$$

$v - 63.24 = -20t$

$$t = \frac{v - 63.24}{-20} = 3.16\ s$$

Para $v = 0$

$$\boxed{t = 3.16\ s}$$

---

2)

$$\tan 40° x - \frac{9.81x^2}{2(20)^2 \cos^2 40°} = 0.4x - 0.006x^2$$

$x = 29.53\ m$

$29.53 = 20 \cos 40°\ t$

$\boxed{t = 1.927\ s}$

$\vec{v} = 20 \cos 40°\, \mathbf{i} + \big(20 \operatorname{sen} 40° - 9.81(1.927)\big)\mathbf{j}$

$\vec{v} = 15.32\mathbf{i} - 6.08\mathbf{j}\ {}^{m}/_{s}$

$$\phi = \acute{a}ngtan\left(\frac{-6.08}{15.32}\right) = -21.65°$$

$$\boxed{v = 16.48\ {}^{m}/_{s} \searrow\ 21.65}$$

$a_T = 9.81\ \operatorname{sen} 21.65° = 3.62\ {}^{m}/_{s^2}$

$\overrightarrow{a_T} = 3.62\ (\cos 21.65\ \mathbf{i} - \operatorname{sen} 21.65\mathbf{j})$

$$\boxed{\overrightarrow{a_T} = 3.36\ \mathbf{i} - 1.34\mathbf{j}\ \left[{}^{m}/_{s^2}\right]}$$

$$\rho = \frac{|\vec{v}|^2}{a_N} = \frac{(16.48)^2}{9.81 \cos 21.65}$$

$$\boxed{\rho = 29.8\ m}$$

---

3)

$F_s = kx_0$

$20 = 144x_0$

$x_0 = 0.138\ ft$

$T_1 = 0 \quad ;\ T_2 = 0.155\ {v_2}^2$

$$U_{1-2} = \int_{x_0}^{x} -F_0 dx + F_k(-x_0)$$

$$U_{1-2} = -72x^2 \Big|_{x_0}^{0} + 4(-0.138)$$

$$U_{1-2} = 72(-0.138)^2 + 4(-0.138) = 0.833\ lb{\cdot}ft$$

$$0.8335 = 0.155{v_2}^2$$

$$\boxed{v_2 = 2.31\ ft/s}$$

$$U_{1-2'} = \left[\frac{144x^2}{2}\right]_{x_0}^{x} + F_f(x - x_0)$$

$$U_{1-2'} = 72(0.1389)^2 - x^2 + 4(x - 0.1389) = 0.155{v_2}^2$$

$$-144x + 4 = 0$$

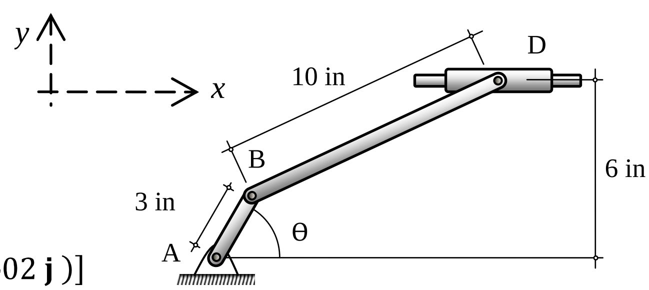
$$x = 0.0277$$

$$0.155{v^2}_{máx} = 1.333 - 0.444 = 0.8891$$

$$\boxed{v_{máx} = 2.39\ {}^{ft}/_{s}}$$

---

4)



$$\theta = 60°$$

$$\bar{\rho}_{AB} = 1.5\ \mathbf{i} + 2.598\ \mathbf{j}\ [in] \quad ; \ \bar{\omega}_{AB} = 16\ \mathbf{k}$$

$$\bar{v}_B = \bar{\omega}_{AB} \text{ x } \bar{\rho}_{AB} = 41.568\ \mathbf{i} + 24\ \mathbf{j}$$

$$\bar{v}_D = \bar{v}_B + \bar{\omega}_{BD} \text{ x } \bar{\rho}_{BD}$$

$$\bar{\rho}_{BD} = 9.4035\ \mathbf{i} + 3.402\ \mathbf{j} \quad ; \ \bar{v}_D = v_D(-\mathbf{i})$$

$$\bar{v}_D = 41.568\ \mathbf{i} + 24\ \mathbf{j}\ + [(\bar{\omega}_{BD})\mathbf{k} \text{ x } (9.4035\ \mathbf{i} + 3.402\ \mathbf{j}\ )]$$

$$\therefore\ -v_D = -41.568 - 3.402\ \omega_{BD} \text{ y } 0 = 24 + 9.4035\omega_{BD}$$

$$\omega_{BD} = -2.5522 \therefore \bar{\omega}_{BD} = 2.5522\ \circlearrowright$$

$$v_D = 32.8854\ \therefore \bar{v}_D = -32.8854\ \mathbf{i}$$

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{\alpha}_{AB} \text{ x } \bar{\rho}_{AB} + [\bar{\omega}_{AB} \text{ x } (\bar{\omega}_{AB} \text{ x } \bar{\rho}_{AB})] = -384\ \mathbf{i} - 665.088\ \mathbf{j}$$

$$\bar{a}_D = \bar{a}_B + \bar{\alpha}_{BD} \text{ x } \bar{\rho}_{BD} + [\bar{\omega}_{BD} \text{ x } (\bar{\omega}_{BD} \text{ x } \bar{\rho}_{BD})] \quad ; \ \bar{a}_D = a_D(-\mathbf{i})$$

$$\bar{a}_D = -384\ \mathbf{i} - 665.088\ \mathbf{j} + \left(\bar{\alpha}_{BD}\mathbf{k} \text{ x } (9.4035\ \mathbf{i} + 3.402\ \mathbf{j})\right)$$
$$+ \left(-2.5522\ \mathbf{k} \text{ x } \left(-2.5522\ \mathbf{k} \text{ x } (9.4035\ \mathbf{i} + 3.402\ \mathbf{j})\right)\right)$$

$$-a_D = -445.2518 - 3.402\ \bar{\alpha}_{BD} \text{ y } 0 = -687.2477 + 9.4035\ \bar{\alpha}_{BD}$$

$$\alpha_{BD} = 73.0842\ \therefore \bar{\alpha}_{BD} = 73.0842\ \mathbf{k}$$

$$\bar{a}_D = -694\ \mathbf{i}$$

$$\boxed{a_D = 694\ {}^{in}/_{s^2}\ \leftarrow}$$