



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
 FACULTAD DE INGENIERÍA
 DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
 PRIMER EXAMEN FINAL COLEGIADO
 CINEMÁTICA Y DINÁMICA



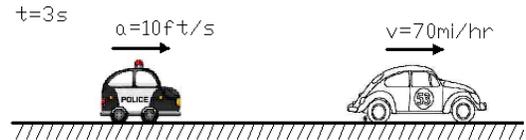
SEMESTRE 2014-2

2 DE JUNIO DE 2014

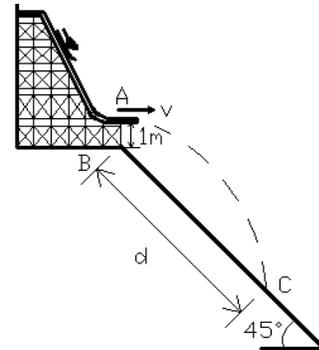
NOMBRE DEL ALUMNO: _____ GRUPO: _____

INSTRUCCIONES: Lea cuidadosamente los enunciados de los cuatro reactivos que componen el examen antes de empezar a resolverlos. La duración máxima del examen es de dos horas.

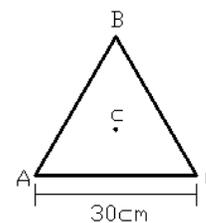
1. Un auto pasa junto a una patrulla estacionada con velocidad de 70 mi/hr. Tres segundos después la patrulla comienza a acelerar desde el reposo a razón de 10 ft/s^2 hasta que alcanza una velocidad de 85 mi/hr. Si ninguno de los dos vehículos acelera o desacelera, determine: a) El tiempo que tarda la patrulla en alcanzar el auto. b) La distancia que recorre la patrulla para alcanzarlo.



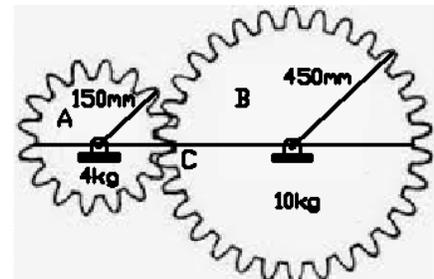
2. Un esquiador sale de un salto en A en dirección horizontal con una velocidad de 25 m/s, como se muestra en la figura. Despreciando la resistencia del aire, determine al momento en que aterriza en la pendiente de 45° : a) La distancia d que recorre el esquiador. b) El radio de la curvatura en C. Considere $g = 9.81 \text{ m/s}^2$.



3. La placa OAB forma un triángulo equilátero. Si en el instante mostrado gira alrededor del punto O en sentido contrario al de las manecillas del reloj y su centro de masa tiene una aceleración $\vec{a} = 15\hat{e}_t + 40\hat{e}_n [\text{m/s}^2]$, determine la velocidad y aceleración angulares de la placa.



4. Los engranes A y B, de masas 4 kg y 10 kg, respectivamente giran alrededor de sus centros de masa. El radio de giro alrededor del eje de rotación es de 100 mm para A y 300 mm para B. Un par constante $C_o = 0.75 \text{ N}\cdot\text{m}$ actúa sobre el engranaje A. Despreciando la fricción, calcule la aceleración angular en cada engranaje y la fuerza tangencial de contacto entre los engranajes en C.



1)

Auto

El auto siempre tiene movimiento uniforme.

$$v_A = 70 \frac{\text{mi}}{\text{hr}} = 102.67 \frac{\text{ft}}{\text{s}} = \text{cte.}$$

$$x_A = v_{A_0} t = 102.67t \text{ (1)}$$

Patrulla

La patrulla tiene dos movimientos

1) M.R.U.A

$$v_{P_0} = 0 \text{ en reposo}$$

$$a_P = 10 \text{ ft/s}^2$$

$$v_P = 85 \text{ mi/hr} = 124.67 \text{ ft/s}$$

$$t = \frac{124.67 - 0}{10} = 12.47 \text{ s}$$

$$3 \leq t \leq 15.47$$

$$v_P = a_P(t - 3) \text{ (2)}$$

$$x_P = \frac{a_P}{2}(t - 3)^2 \text{ (3)}$$

Para $t = 15.47$

$$x_P = \frac{10}{2}(12.47)^2 = 777.13 \text{ ft}$$

2) Movimiento uniforme $t \geq 15.47 \text{ s}$

$$v_P = 124.67 \frac{\text{ft}}{\text{s}} = \text{cte} ; a_P = 0$$

$$x_P = 777.13 + 124.67(t - 15.47) \text{ (4)}$$

Igualando (1) y (4):

$$x_A = x_P$$

$$102.67t = 777.13 + 124.67(t - 15.47)$$

$$1928.27 - 777.13 = 124.67t - 102.67t$$

$$1151.14 = 22t$$

$$t = 52.32 \text{ s (5)}$$

Sustituyendo (5) en (1) ó (4):

$$x_A = x_P = 102.67(52.32) = 5372 \text{ ft}$$

b) distancia que recorren los dos vehículos:

$$d = 5372 \text{ ft}$$

a) tiempo que tarda la patrulla en alcanzar el auto:

$$t = 52.32 - 3 = 49.32 \text{ s}$$

$$t = 49.32 \text{ s}$$

2)

$$h = e = d \text{ sen } 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} d \text{ (1)}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} d = 25 \cos 0^\circ t \text{ (2)}$$

$$-\frac{\sqrt{2}}{2} d - 1 = 25 \text{ sen } 0^\circ t - 4.905t^2 \text{ (3)}$$

$$d = 25\sqrt{2}t \text{ (4)}$$

Sustituyendo (4) en (3):

$$4.905t^2 - 25t - 1 = 0 ; t = 5.14 \text{ s}$$

De (4):

$$d = 181.6 \text{ m}$$

$$v_x = 25(\cos 0^\circ) = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_y = 25(\text{sen } 0^\circ) - 9.81(5.14) = -50.39 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$|\vec{v}|_c = \sqrt{25^2 + 50.39^2} = 56.25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

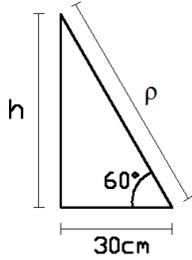
$$a_N = 9.81 \cos 63.61^\circ = 4.36 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\rho_c = \frac{v_c^2}{a_N} = \frac{(56.25)^2}{4.36}$$

$$\rho_c = 725.71 \text{ m}$$

3)

Análisis del triángulo.



$$\tan 60^\circ = \frac{h}{15}$$

$$h = 15\sqrt{3} \text{ cm}$$

Radio de curvatura del centroide:

$$\rho = \sqrt{(15\sqrt{3})^2 + 15^2}$$

$$\rho = 10\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$a_t = \alpha\rho$$

$$\alpha = \frac{a_t}{\rho}$$

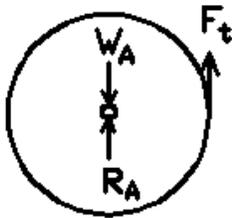
$$\alpha = 86.6 \text{ rad/s}^2 \text{ } \cup$$

$$a_n = \omega^2\rho$$

$$\omega = \sqrt{\frac{a_n}{\rho}}$$

$$\omega = 15.2 \text{ rad/s } \cup$$

4)



$$\sum M_A = -C_0 + 0.15F_t = -I_{G_A}\alpha_A$$

$$I_{G_A} = r_g^2 m = 0.04 [\text{kg} \cdot \text{m}^2]$$

$$a_t = \alpha_t r_A = \alpha_B r_B$$

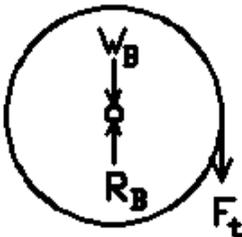
$$\alpha_A = 3\alpha_B$$

$$\alpha_A = 3\alpha_B$$

$$\alpha_A = 5.36 [\text{s}^{-2}]$$

$$F_t = \frac{I_{G_B}\alpha_B}{0.45} = 2\alpha_B$$

$$\alpha_B = 1.79 [\text{N}]$$



$$\sum M_B = 0.45F_t = I_{G_B}\alpha_B$$

$$I_{G_B} = mr_g^2 = 0.9 [\text{kg} \cdot \text{m}^2]$$

Sustituyendo

$$-C_0 + 2\alpha_B(0.15) = -0.04(3\alpha_B)$$

$$\alpha_B = 1.79 [\text{s}^{-2}]$$